

文章编号: 1001-1595(2011)S-0095-05

基于抗差最小二乘估计的载体速度计算方法

范 龙^{1,2}, 翟国君², 白 鸽³

1. 信息工程大学 测绘学院, 河南 郑州 450052; 2. 天津海洋测绘研究所, 天津 300061; 3. 北京大学 软件与微电子学院, 北京 102600

Calculating the Carrier Velocity Based on Robust Least Square Estimation

FAN Long^{1,2}, ZHAI Guojun², BAI Ge³

1. Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China; 2. Naval Institute of Hydrographic Surveying and Charting, Tianjin 300061, China; 3. School of Software and Microelectronics, Peking University, Beijing 102600, China

Abstract: Aiming at the characteristic of the phase rate observation, calculated the carrier velocity by using the robust least square estimation, choosing the equivalent weight by IGG ④ principle to lower the contribution of the observation that contain the gross error which is smaller than 1 cycle. By Calculating and analyzing the data acquired from a experiment of aviation flying, the result shows that the accuracy magnitude of velocity can keep on mm/s after RLS estimation.

Key words: GPS velocity determination; robust least square estimation; equivalent weight; IGG ④ scheme

摘 要: 针对相位率值的特点, 引入抗差最小二乘估计进行速度计算, 根据 IGG ④方案选取合适的等价权因子来降低存在小周跳影响的观测值对结果的贡献, 利用航空飞行实验的数据进行了计算分析, 结果表明经过抗差后的速度仍可保持在 mm/s 的量级。

关键词: GPS 速度测量; 抗差最小二乘估计; 等价权; IGG ④方案

中图分类号: P228

文献标识码: A

基金项目: 国家 863 计划(2006AA06A202)

1 引 言

利用 GPS 进行载体速度测量的方法包括位置差分法、原始多普勒观测值法、相位时序差分法以及 Kalman 滤波法等。其中位置差分法在假设载体运动状态稳定的情况下通过对位置坐标进行时序差分来计算速度, 该方法对位置信息的精度和载体运动状态的稳定程度要求较高, 当位置信息的精度较低或载体运动状态变化剧烈时, 得出的速度结果将严重偏离真实情况; 原始多普勒频移观测值法基于多普勒观测值与速度之间的数学模型进行计算^[1-2], 该方法可较为真实地反映载体的运动情况, 但由于原始多普勒观测值精度的限制, 影响了速度计算结果的精度^[3]; 相位时序差分法通过对两个历元的载波相位观测值进行差分导出相位率, 以其代替原始多普勒观测值进行速度计算^[4,5]。基于 Kalman 滤波进行载体速度计算时, 为了得到可靠的滤波结果就要求有合理的动力学模型、随机模型和可靠的估计方法, 但实际上

载体的运动情况复杂, 难以精确获知, 因而很难精确地确定运动载体的函数模型和随机模型, 一般用近似的模型来描述载体的运动情况, 在载体的不同运动状态下其速度的求解精度也不能得到保证^[6-7]。由于高精度的载波相位观测值保证了相位率的精度, 同时相位时序差分法也是基于观测值与速度之间的数学模型进行计算的, 因此该方法的结果较其他方法更加真实可靠, 常用于高精度的 GPS 测速。由于相位观测值中存在整周模糊度和周跳的问题, 经过时序差分后模糊度参数被消除, 但是周跳会表现为粗差而仍然存在。现有的数据预处理方法可以准确快速地改正大于 1 周周跳误差的影响, 但是对于小于 1 周的周跳误差却没有简便且有效的方法进行处理^[8]。利用机载 GPS 测量的数据进行计算分析发现, 这种误差会使最终速度解算的精度降至厘米级, 甚至分米级, 从而不能满足航空重力测量等对速度精度的要求^[9], 所以有必要采取一定的方法加以处理, 以保证结果的准确性。

本文将抗差估计^[10]引入到基于相位时序差分法的速度计算过程中,通过使用IGG^(iv)方案选取适当的等价权矩阵,对于包含粗差的观测值采取降权的方法来调节该观测值对速度结果的影响,利用实测数据进行计算分析说明了算法的有效性和准确性。

2 GPS 测速模型

基于原始多普勒观测值的单点测速模型为^[7,9]

$$\lambda \dot{\phi}_{ki} = \dot{\rho} + c(dtr - dt_s) - d_{ion}/f^2 + \delta_{trop} + \epsilon \quad (1)$$

式中, ϕ_{ki} 为测站 k 与卫星 i 之间的多普勒观测值,单位为 Hz 或 cycle/s; $c = 299\,792\,458$ m/s 为光速,单位为 m/s; dtr 和 dt_s 分别为接收机的钟差和卫星钟差; d_{ion} 为电离层延迟参数; f 为载波的频率; δ_{trop} 为对流层延迟量; ϵ 为载波相位观测误差; ρ 为卫星与接收机之间的几何距离。符号“ \cdot ”表示相应参数对时间的变化率。站星距离的变化率可表示为下式

$$\dot{\rho} = \frac{\partial(\rho)}{\partial t} = \left[\frac{(x_r - x_s)}{\rho}, \frac{(y_r - y_s)}{\rho}, \frac{(z_r - z_s)}{\rho} \right] (V_r - V_s) \quad (2)$$

式中, $[x_s, y_s, z_s]^T = X_s$ 为卫星位置; $[x_r, y_r, z_r]^T = X_r$ 为测站位置; $V_r = [v_{x_r}, v_{y_r}, v_{z_r}]^T$ 为测站速度; $V_s = [v_{x_s}, v_{y_s}, v_{z_s}]^T$ 为卫星速度。由于卫星位置和速度均已知,同时测站的位置信息也事先计算出来,根据式(2)即可计算出测站速度。

对两个测站上的观测值进行组合,可得双差测速模型

$$\dot{\phi}_{ki} - \dot{\phi}_{kj} = \dot{\rho}_i - \dot{\rho}_j + \delta_{trop_i} - \delta_{trop_j} - \dot{d}_{ion}/f^2 + \dot{\epsilon} \quad (3)$$

式(3)中的各项参数为式(1)中相对应的参数经过差分后的形式。式中大气延迟误差的影响经过数据差分后显著减小,在实际计算中可忽略。其误差方程为

$$V = AX - L \quad (4)$$

式中, X 为包含测站速度信息的未知向量; A 为设计矩阵,具体形式为

$$A = \begin{bmatrix} \Delta e_m^{1q} \\ \Delta e_m^{2q} \\ \vdots \\ \Delta e_m^{nq} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, q 为参考星;行向量 Δe_m^{iq} 为载体上的接收机与卫星 i 以及接收机参考星之间方向余弦向量的

一次差。在双差模型中,基准站是静止的,其速度为零,从而观测向量可表示为

$$L = \begin{bmatrix} \lambda \dot{\phi}_{ki} - (\Delta e_m^{1q} \cdot v^1 - \Delta e_m^{1q} \cdot v^q) \\ \lambda \dot{\phi}_{kj} - (\Delta e_m^{2q} \cdot v^2 - \Delta e_m^{2q} \cdot v^q) \\ \vdots \\ \lambda \dot{\phi}_{kn} - (\Delta e_m^{nq} \cdot v^n - \Delta e_m^{nq} \cdot v^q) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, $\dot{\phi}_{ki}$ 为载体和基准站对于卫星 i 和参考星之间的双差观测值;行向量 Δe_m^{iq} 为载体到卫星 i 和基准站到卫星 i 之间的方向余弦向量的一次差;列向量 v^i 为第 i 颗卫星的速度^[9]。

用户通过接收机中内置的积分计数器可获得载波信号的多普勒频移信息,它反映了载波相位的变化率。不同的接收机获得的原始多普勒频移观测值的精度是不相同的,因而利用该方法进行速度计算结果的精度不能得到保证。在高精度的测速应用中,常用精度更加稳定的相位率来代替原始多普勒频移进行速度计算^[3]。

假设 $t-h$ 和 t 时刻的相位观测值分别为 ϕ_{t-h} 和 ϕ_t ,则 t 时刻的相位率可表示为

$$\dot{\phi} = \frac{\phi_t - \phi_{t-h}}{h} \quad (7)$$

式中, h 为采样间隔。由于相位观测值受到周跳误差的影响,经过数据预处理之后大于1周的周跳影响可以被很好地消除,但是小于1周的周跳仍然存在,为了保证速度计算结果的精度,通过引入抗差最小二乘的方法对其进行处理。

3 抗差最小二乘估计(RLS)

经典的最小二乘平差是依据观测量与待估参数之间的函数模型以及观测值的随机模型,按照最小二乘准则进行估计来获得参数的最优无偏估值。但当观测值中存在粗差时,其随机模型提供的统计信息将会失真,极个别的粗差都会对估值结果产生严重的影响,从而使其偏离真值,降低成果的可靠性。抗差估计作为一种稳健的估计方法,已在大地测量数据处理领域得到了广泛的应用。它不像经典的最小二乘估计那样过分地追求估值结果的有效性和无偏性,通过引入等价权矩阵来调节各观测值对估值结果的贡献,从而提高了估值结果的准确性和可靠性。将等价权引入到经典最小二乘平差中,通过选权迭代的方法即可构造出抗差最小二乘估计^[10]。对于误差方程式(4),抗差最小二乘的结果为

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (8)$$

式中, P 为等价权矩阵。现有等价权矩阵的选取方法包括 Huber 函数、Hampel 函数、Turkey 函数、Andrews 函数以及丹麦权函数和 IGG 方案权函数等^[11-12]。

Huber 函数和丹麦权函数对可疑观测值仅作降权或保持原状态处理, 对于较大的粗差缺少淘汰的过程; Turkey 函数和 Andrews 函数无论什么情况都采取降权的方法, 这样就容易降低优秀的观测信息对估值结果的贡献程度, 从而使得估值效率不高; Hampel 函数对各种情况的考虑比较充分, 但是将可疑阶段分为了两个部分, 分析过程较为复杂、实用性不高; IGG 方案包括 IGG iv 函数和 IGG ㉔函数两种, 该方案充分考虑了正常阶段、可疑阶段和淘汰阶段三个部分, 公式简单、易于实现^[11]。本文采取 IGG ㉔方案来选取等价权矩阵, 其选权准则为

$$p_i = \begin{cases} p_i & |\tilde{V}_i| < k_0 \\ p_i \frac{k_0(k_1 - |\tilde{V}_i|)^2}{|\tilde{V}_i|(k_1 - k_0)^2} & k_0 \leq |\tilde{V}_i| < k_1 \\ 0 & k_1 \leq |\tilde{V}_i| \end{cases} \quad (9)$$

式中, p_i 为第 i 个观测值的等价权因子; p_i 为原始的权因子; $|\tilde{V}_i|$ 为标准化残差向量; k_0 和 k_1 为模型参数, 其分别在 1.0~1.5 和 2.5~8.0

的范围内变化^[13-14]。利用第二节中的双差测速模型, 结合基于 IGG ㉔方案进行等价权矩阵计算的抗差最小二乘算法即可对载体速度进行计算。

4 计算分析

利用某次航空试验中的 GPS 观测数据进行分析。对安置在地面作为基准站和安置在飞机上作为流动站的两台 NOVATEL 接收机进行同步观测, 数据的采样率为 1 Hz。分别在静态和动态两种情况下利用本文提出的算法进行计算。

首先选取静态情况下 200 个历元的数据进行分析。由于静态情况下, 速度的真值为零, 所以计算出来的结果即为其相应的真误差。在无粗差存在的情况下, 经典最小二乘平差的计算结果如图 1 所示。

如图所示, 静态情况下观测值中不存在小周跳粗差时, X 、 Y 、 Z 三个轴向上的速度稳定, 真误差在 ± 4 mm/s 的范围内变化。在观测值中存在小周跳影响的情况下, 分别用经典最小二乘算法 (LS) 和抗差最小二乘 (RLS) 算法进一步进行计算分析, 结果如图 2 所示。

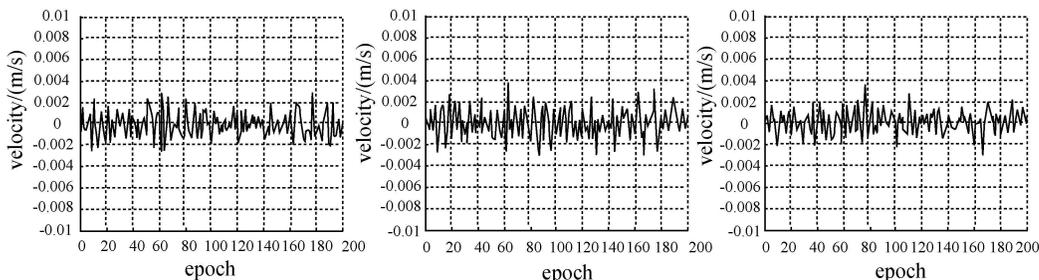


图 1 静态情况下的速度结果

Fig. 1 The velocity result in static mode

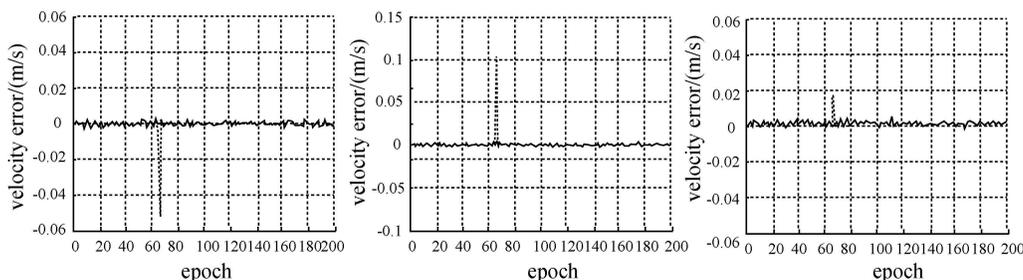


图 2 静态情况下 X、Y、Z 三个轴向上 LS 和 RLS 的速度误差

Fig. 2 The LS and RLS velocity errors of X、Y、Z directions in static mode

由图可知,图中实线和虚线分别为 RLS 的结果和 LS 的结果,在无粗差的历元,两种方法的计算结果是一致的,都在 $\pm 4 \text{ mm/s}$ 的范围内变化。当粗差产生时,经典最小二乘估值的精度显著下降,最大达到了 dm/s 的量级。而抗差最小二乘算法,通过对包含粗差的观测值采取降权的方法,降低了其对最终估值的贡献度,该方法抵御了小周跳粗差的影响,保证了速度结果的精度。

利用存在小周跳的前后 10 个观测历元解算的结果,分析了无粗差情况下 LS 和存在粗差时 LS 以及 RLS 结果的误差统计特性,如表 1 所示。

表 1 静态情况下速度的误差统计特性

Tab. 1 Statistic character of velocity error in static mode

	/(mm/s)					
	Mean value		Standard deviation			
	X	Y	X	Y	X	Y
None slip	-0.45	0.34	-0.45	0.34	-0.45	0.34
LS	10.7	2.1	10.7	2.1	10.7	5.1
RLS	0.88	-0.87	0.88	-0.87	0.88	1.4

由表 1 可知,静态情况下抗差最小二乘算法可以抵御粗差的影响,在小周跳的影响下仍可将速度结果保持在 mm/s 的量级。

动态情况下,同样任意选取 100 个连续历元

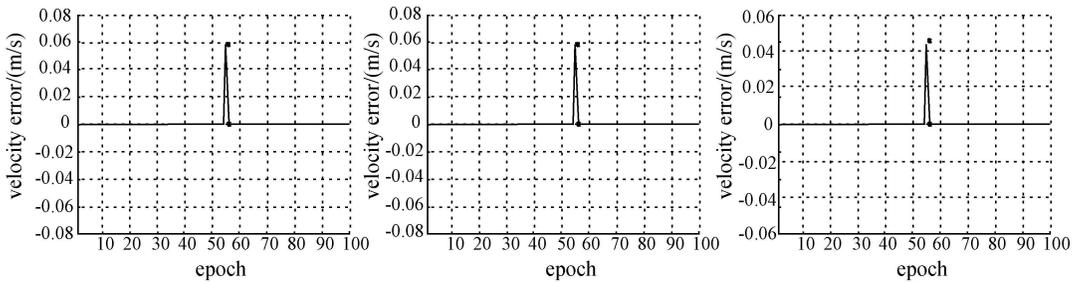


图 4 动态情况下 X、Y、Z 三个轴向上 LS 和 RLS 的速度误差

Fig. 4 The LS and RLS velocity errors of X、Y、Z directions in kinematic mode

由图 4 可知,载体运动过程中,存在小于一周周跳的情况下,LS 会受到影响,使得其结果与无粗差时的结果相差达到 cm/s 的量级。RLS 基于标准化残差进行相应的判断,通过迭代的方法逐步降低包含粗差观测值的权,使其最终的结果能够与无粗差时的 LS 算法一致,达到了抵御小周跳影响的效果。

与静态情况相同,分析了 LS 和 RLS 两种方法误差的统计特性,如表 2 所示。

的数据进行分析,由于动态情况没有确定的真值,所以采用如图 3 所示的,未存在小周跳情况下,LS 的速度结果作为真值。

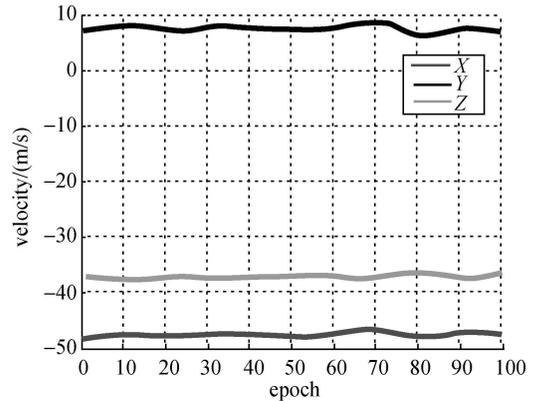


图 3 动态情况下无小周跳存在的速度结果

Fig. 3 The velocity result in kinematic mode

由图 3 可知,在所选的时间段内,由于飞机处于在高空飞行的状态,所以三个轴向的速度值都比较大。在这种情况下,相位观测值极易受到载体机动的影响造成失锁,在经过数据预处理后小周跳的误差是影响平差结果的主要因素,在此情况下分别用 LS 和 RLS 进行计算,并将结果与之前设定的真值进行比较,其误差结果如图 4 所示。

表 2 动态情况下速度的误差统计特性

Tab. 2 Statistic character of velocity error in kinematic mode

mode	/(mm/s)					
	Mean value		Standard deviation			
	X	Y	X	Y	X	Y
LS	5.8	4.3	4.6	18.6	13.7	14.6
RLS	-0.02	-0.01	-0.01	0.12	0.66	0.76

由表 2 中可知, X、Y、Z 三个轴向的标准差反映出 LS 算法受到小周跳粗差的影响,结果的精

度能达到的量级;而 RLS 算法可以抵御小周跳的影响,使其结果的精度仍能保持在 1 mm/s 之内,与无粗差时的结果一致。

5 结论

本文将抗差最小二乘估计算法引入到基于相位时序差分法的 GPS 测速应用中,通过等价权调节各观测值对估值的贡献度,从而抵御小周跳对结果的影响。通过计算分析得出如下结论:

(1) 相位时序差分法的计算结果极易受到相位观测值中周跳误差的影响,利用现有的周跳探测与修复方法,大于 1 周的周跳误差可以被准确地修正,但是小于 1 周的误差仍然存在,此时使用经典最小二乘算法就会受到影响,使其结果的精度最大降低至 dm/s 的量级,从而无法满足高精度测速的应用。

(2) 抗差最小二乘算法通过降低含有粗差观测值的权因子来调节其对平差结果的影响,将抗差最小二乘引入到相位时序差分法中,可以抵御小周跳粗差的影响,达到与无粗差情况下精度一致的结果。

参考文献:

[1] BRUTON A, GLEEIE G, SCHWARZ K. Differentiation for High-precision GPS Velocity and Acceleration Determination[J]. GPS Solution, 1999, 2(4): 7-21.

[2] HE Haibo, YANG Yuanxi, SUN Zhongmiao. A Comparison of Several Approaches for Velocity Determination with GPS [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, 31(3): 217-221. (何海波, 杨元喜, 孙中苗. 几种 GPS 测速方法的比较分析[J]. 测绘学报, 2002, 31(3): 217-221.)

[3] RYAN S, LACHAPPELLE G, CANNON M. DGPS Kinematic Carrier Phase Signal Simulation Analysis in the Velocity Domain[C] // Proceedings of ION GPS97. Kansas City: [s. n.], 1997.

[4] SCHWARZ K, CANNON M, WONG R. A Comparison of GPS Kinematic Models for the Determination of Position and Velocity Along a Trajectory [J]. Manuscript Geodaetica, 1989(14): 345-353.

[5] XIAO Yun, SUN Zhongmiao, CHENG Guangyi. Precise Determination of Velocity for Airborne Gravimetry Using the GPS Doppler Observations [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 2000, 25(2): 113-114. (肖云, 孙中苗, 程广义. 利用 GPS 多普勒观测值精确确定运动载体的速度[J]. 武汉测绘科技大学学报, 2000, 25(2): 113-114.)

[6] XIAO Yun, XIA Zheren. Comparison between Phase rate and Doppler to Determine Velocity [J]. Geomatics and

Information Science of Wuhan University, 2003, 28(5): 581-584. (肖云, 夏哲仁. 利用相位率和多普勒确定载体速度的比较[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2003, 28(5): 581-584.)

- [7] LIU Jiyu. The Principle and Method of GPS Satellite Navigation/Positioning[M]. Beijing: Science Press, 2008. (刘基余. GPS 卫星导航原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008.)
- [8] FAN Long. Research on the Method of Quality Control in Processing Airborne GPS Measuring Data[D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2010. (范龙. 机载 GPS 测量数据处理质量控制方法研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2010.)
- [9] NIE Jianliang, ZHANG Shuangcheng, XU Yongsheng, et al. Precise Point Positioning Based on Robust Kalman Filtering[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2010, 32(2): 218-220. (聂建亮, 张双成, 徐永胜, 等. 基于抗差 Kalman 滤波的精密单点定位[J]. 地球科学与环境学报, 2010, 32(2): 218-220.)
- [10] YANG Yuanxi. Robust Estimation Theory and Application[M]. Beijing: Baiyi Press, 1993. (杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993.)
- [11] YANG Yuanxi. The Robust Least Square Solution of Parameter Adjustment Model[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 1994(6): 33-35. (杨元喜. 参数平差模型的抗差最小二乘解[J]. 测绘通报, 1994(6): 33-35.)
- [12] YANG Yuanxi. Adaptive Navigation and Kinematic Positioning[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2006. (杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京: 测绘出版社, 2006.)
- [13] WU Fumei. Comparison of Robustness between Equivalent Weight Functions with Constant Critical Values and Variable Critical Values [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2006, 15(3): 19-20. (吴富梅. 多种权函数固定临界值与可变临界值差估计的比较[J]. 测绘工程, 2006, 15(3): 19-20.)
- [14] GAO Weiguang, YANG Yuanxi, ZHANG Shuangcheng. Adaptive Robust Kalman Filtering Based on the Current Statistic Model [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2006, 35(1): 15-18. (高为广, 杨元喜, 张双成. 基于当前加速度模型的抗差自适应 Kalman 滤波[J]. 测绘学报, 2006, 35(1): 15-18.)

(责任编辑:陈品馨)

收稿日期: 2011-01-20

修回日期: 2011-03-20

第一作者简介: 范龙(1984—), 男, 博士生, 研究方向为 GNSS 数据处理。

First author: FAN Long (1984—), male, PhD candidate, majors in GNSS data processing.

E-mail: fl19841108@gmail.com