

文章编号: 1001-1595(2011)S-0137-08

## 星敏感器/ GNSS 定姿系统的联合非线性预测滤波算法

张智斌<sup>1</sup>, 钱 山<sup>1</sup>, 张力军<sup>2</sup>, 李恒年<sup>1</sup>

1. 西安卫星测控中心 宇航动力学国家重点实验室, 陕西 西安 710043; 2. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073

### Federated Nonlinear Filtering for Attitude Determination System with Star Sensor and GNSS Sensor

ZHANG Zhibin<sup>1</sup>, QIAN Shan<sup>1</sup>, ZHANG Lijun<sup>2</sup>, LI Hengnian<sup>1</sup>

1. The State Key Laboratory of Astronautic Dynamics, Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, China; 2. College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

Abstract: A federated nonlinear predictive filtering algorithm is presented for the gyroless attitude determination system with multiple sensors. The approach combines the good qualities of both the nonlinear predictive filter (NPF) and federated filter. Moreover, this algorithm can solve the information fusion problem effectively for the system of which the attitude dynamics model error is Non-Gaussian distribution. Firstly, the equivalence relation between NPF and Kalman filter is demonstrated from algorithm structure and estimation criterion. The flow of federated nonlinear predictive filtering algorithm is analyzed and the calculation of the model error covariance is discussed. Secondly, the principles of the star sensor and Global Navigation Satellite System (GNSS) are introduced and the federated nonlinear predictive filtering model of star sensor/ GNSS integrated attitude determination system is deduced. At last, simulation results using this algorithm indicate the filter accurately estimates the attitude of the spacecraft with the utilization of the star sensor and GNSS sensor.

Key words: gyroless; federated filter; nonlinear predictive filter; GNSS

摘 要: 提出一种联合式非线性预测滤波算法, 解决该系统在姿态动力学模型误差非高斯分布条件下的多传感器信息融合问题。从算法结构和估计准则两个方面证明非线性预测滤波(NPF)与 Kalman 滤波的等效性, 分析联合式 NPF 的算法流程, 讨论模型误差方差矩阵的计算方法, 给出加权系数矩阵的设计准则; 介绍星敏感器和全球卫星导航系统(GNSS)的定姿原理, 推导星敏感器/ GNSS 组合姿态确定系统的联合式 NPF 滤波模型, 分析系统的算法实现流程; 进行数值仿真试验, 结果表明联合式 NPF 算法融合 NPF 与联邦滤波的优良品质, 可有效解决姿态动力学模型误差非高斯分布条件下无陀螺姿态确定系统的多传感器信息融合问题。

关键词: 无陀螺; 联邦滤波; 非线性预测滤波; 全球卫星导航系统

中图分类号: V448

文献标识码: A

## 1 引 言

无陀螺姿态确定系统具有配置灵活、测量简单的优点, 不仅适用于低成本、短周期、高精度小卫星的研制, 而且可作为航天器有陀螺姿态确定方案的系统备份, 增强系统可靠性。该系统已成为航天器姿态控制领域的研究热点。

无陀螺方案的姿态确定过程包括两个部分<sup>[1]</sup>: 一是基于星体动力学模型(伪陀螺)传播姿态角速度信息, 由姿态四元数积分得到星体姿态估计值; 二是利用其他姿态传感器观测数据, 结合最优估计算法, 对星体姿态估计误差进行校正。该系统姿态估计精度主要依赖于动力学模型和姿态传感器的

精度, 对姿态动力学建模过程提出了较高要求。事实上, 空间扰动力矩非常复杂, 不能简单处理成白噪声, 特别是当扰动力矩具有显著非高斯分布特性时, 目前的一些非线性算法(如扩展 Kalman 滤波和 Unscented 滤波)很难克服其带来的影响。文献[2-3]基于最小模型误差准则(MME)提出了一种实时非线性预测滤波算法(NPF), 在处理模型误差时不受高斯白噪声假设的限制, 已成功应用于 SAMPEX 航天器的姿态确定过程。

随着导航星系统的迅速发展, 星载 GPS 定姿接收机等新的信息源为姿态确定过程提供了更多的信息, 利用 GPS、GLONASS 和 Galileo 系统确定载体姿态越来越被重视。未来, 我国具有全球

导航能力的卫星导航系统建成后, 自主定姿必将是其重要的应用服务之一。如何充分利用各种信息源, 解决无陀螺姿态确定系统的多传感器信息融合问题, 提高大型航天器/ 组合航天器姿态确定的精度与可靠性, 也是航天领域亟待解决的一个重要课题。

本文提出一种联邦非线性滤波算法——联合式 NPF 算法, 解决星传感器/ GNSS 姿态传感器构成的无陀螺姿态确定系统在姿态动力学模型误差非高斯分布条件下的多传感器信息融合问题, 为实现姿态确定过程的高精度、高可靠性提供一种技术途径。

## 2 联邦非线性预测滤波算法分析

### 2.1 NPF 非线性滤波算法

考虑具有模型误差的非线性估计系统<sup>[8]</sup>

$$\dot{\hat{X}}(t) = f[\hat{X}(t), t] + G(t)d_{N_{\Delta}}(t) \quad (1)$$

$$\hat{y}(t) = h[\hat{X}(t), t] \quad (2)$$

式中,  $X$  是  $n$  维状态矢量;  $f$  是  $n$  维非线性矢量;  $d_{N_{\Delta}}$  是  $l$  维未知模型误差矢量;  $G$  是相应的模型误差分配矩阵;  $y$  是  $m$  维观测矢量。

对式(2)中的  $\hat{y}(t)$  进行泰勒级数展开, 可得

$$\hat{y}(t + \Delta t) = \hat{y}(t) + Z[\hat{X}(t), \Delta t] + \Lambda(\Delta t)S[\hat{X}(t)]d_{N_{\Delta}}(t) \quad (3)$$

式中,  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$  是采样时间间隔;  $Z[\hat{X}(t), \Delta t]$  是  $m$  维矢量;  $\Lambda(\Delta t)$  是  $m \times m$  维对角阵;  $S[\hat{X}(t)]$  是  $m \times l$  维矩阵, 具体定义参见文献[2-3]。

基于 MME 估计准则, 对非线性系统式(1)、式(2)选取如下性能指标函数

$$J[d(t)] = \frac{1}{2} [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)]^T R^{-1} \cdot [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)] + \frac{1}{2} d_{N_{\Delta}}^T(t) W d_{N_{\Delta}}(t) \quad (4)$$

式中,  $R$  是测量噪声协方差阵;  $W$  为模型误差加权阵。

把式(3)代入式(4), 并使  $J[d_{N_{\Delta}}(t)]$  关于  $d_{N_{\Delta}}(t)$  达到最小, 可求得

$$W d_{N_{\Delta}}(t) = [\Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T R^{-1} [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)] \quad (5)$$

从而得满足协方差约束条件的最小模型误差解

$$d_{N_{\Delta}}(t) = - \{ [\Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T R^{-1} \Lambda(\Delta t)S(\hat{X}) + W \}^{-1} \cdot [ \Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T R^{-1} [Z(\hat{X}, \Delta t) + \hat{y}(t) - y(t + \Delta t)] \quad (6)$$

非线性预测滤波器的基本原理可阐述如下: 设已获得  $t_k$  时刻的状态估值, 在接到  $t_k + \Delta t$  时刻的测量信息  $y(t_{k+1})$  后, 利用式(6)预测  $[t_k, t_{k+1}]$  间隔内的模型误差校正项  $d_{N_{\Delta}}(t)$ , 然后把  $d_{N_{\Delta}}(t)$  的预测值代入式(1)中, 将状态估值传播到  $t_{k+1}$  时刻。

### 2.2 NPF 与 Kalman 滤波的等效性分析

信息融合方法主要是以 Kalman 滤波算法为基础, 对多传感器测量信息进行结构上的处理, 获取所需要的信息。要将 NPF 算法和信息融合技术结合起来使用, 首先需要分析 NPF 算法与 Kalman 滤波算法的等效性。下面在文献[9]的基础上从算法结构和估计准则两个方面具体分析两者的等效性。

(1) 从算法结构上看, NPF 与 Kalman 滤波具有等效性。

根据矩阵求逆引理<sup>[10]</sup>, 式(6)也可写为

$$d_{N_{\Delta}}(t) = - M(t) [Z(\hat{X}, \Delta t) + \hat{y}(t) - y(t + \Delta t)] \quad (7)$$

式中

$$M(t) = W^{-1} \{ I - [\Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T \{ \Lambda(\Delta t)S(\hat{X}) W^{-1} \cdot [\Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T + R \}^{-1} \cdot [\Lambda(\Delta t)S(\hat{X})] W^{-1} \} [ \Lambda(\Delta t)S(\hat{X})]^T R^{-1} \quad (8)$$

如果将式(6)应用于离散系统

$$X_{k+1} = f_k(X_k) + \Gamma_k d_{N_{\Delta}, k} \quad (9)$$

$$y_k = h_k(X_k) + v_k \quad (10)$$

可获得式(6)的离散形式表达式

$$d_{N_{\Delta}, k} = \{ W^{-1} - W^{-1} [ \Lambda S ]^T \{ \Lambda S W^{-1} [ \Lambda S ]^T + R \}^{-1} \cdot [ \Lambda S ] W^{-1} \} [ \Lambda S ]^T R^{-1} [ y_{k+1} - [ Z_k + \hat{y}_k ] ] \quad (11)$$

参考  $Z[\hat{X}(t), \Delta t]$ 、 $\Lambda(\Delta t)$  和  $S[\hat{X}(t)]$  的求解过程可发现, 在式(11)中有如下等效关系

$$\Lambda S \sim \Delta t H_k \Gamma_k \sim \tilde{H}_k, [y_{k+1} - [Z_k + \hat{y}_k]] \sim n_{k+1} \quad (12)$$

式中,  $H_k$  为观测函数的灵敏度矩阵;  $n_k$  为新息向量。另外, 根据文献[9]的分析, NPF 算法中加权矩阵的最优取值为  $W = D_k^{-1}$ ,  $D_k$  为模型误差  $d_{N_{\Delta}, k}$  的协方差矩阵。将上述关系式代入式(11)

整理可得

$$d_{N_{\Delta}, k} = \{D_k - D_k \tilde{H}_k^T [\tilde{H}_k D_k \tilde{H}_k^T + R]^{-1} \tilde{H}_k D_k\} \tilde{H}_k^T R^{-1} n_{k+1} \quad (13)$$

根据 Kalman 滤波器的最优估计公式<sup>[1]</sup>, 有

$$\hat{X}_{k+1} - \hat{X}_{k+1/k} = [P_{k+1/k} - P_{k+1/k} H_{k+1}^T \cdot (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \cdot H_{k+1} P_{k+1/k}] H_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} n_{k+1} \quad (14)$$

比较式(13)、式(14)可以看出, 式(13)具有最小方差估计器的结构, 只是“状态预测”和“测量更新”的顺序与传统滤波器相反, 而且还将这两个步骤合二为一。如果进一步将  $d_{N_{\Delta}, k}$  看作状态的滤波估计和预测估计之差  $\hat{X}_{k+1} - \hat{X}_{k+1/k}$ ; 将  $D_k$  看作状态估计协方差阵  $P_{k+1/k}$ , 则式(13)等价于一个闭合形式的 Kalman 滤波器。从而证明了 NPF 算法与 Kalman 滤波算法具有算法结构上的等效性。

(2) 从估计准则上看, NPF 与 Kalman 滤波具有等效性。

非线性预测滤波的最优准则虽然是 MME 准则, 但实际上, 它只是最小方差准则的一种变形。MME 准则是通过将观测变量的“测量值-估计值”与“测量值-真实值”的协方差相一致, 来实现估计值与真实值统计上的一致, 进而使状态变量“估计值-真实值”的方差最小, 实现统计意义上的最优估计, 故可以说最小模型误差准则与最小方差准则在统计意义上是一致的。在 NPF 算法中, Kalman 滤波器的过程噪声项被当作模型误差处理, 并进行了实时估计, 因此式(13)实质上是一个闭合形式的自适应 Kalman 滤波器。

### 2.3 联合式 NPF 算法流程分析

整个组合定姿系统的信息融合框架采用文献[7]中的改进联合滤波算法, 即将误差状态变量的时间更新过程均设计在主滤波器中执行, 主滤波器按信息分配策略向各子滤波器分配时间更新后的预测信息, 子滤波器仅完成测量更新功能。同时, 根据 NPF 算法的特点, 对主滤波器和子系统的工作顺序进行颠倒。联合式 NPF 的滤波流程可表述如下(图 1):

(1) 子系统测量更新。各子系统获得观测信息  $y_i(t_k + \Delta t)$  后, 利用式(6)和下文的式(21)分别求解  $[t_k, t_{k+1}]$  内的模型误差局部估计  $d_{N_{\Delta}^i}(t)$  及其协方差矩阵  $D_i$ ;

(2) 主滤波器融合更新。主滤波器按照最优

融合方法对各子滤波器的局部估计进行融合, 获得全局最优估计值  $d_{N_{\Delta}^g}(t)$

$$D_{g, k+1} = [D_{1, k+1} + D_{2, k+1} + \dots + D_{m, k+1}]^{-1} \quad (15)$$

$$d_{N_{\Delta}^g, k+1} = D_{g, k+1} [D_{1, k+1} d_{N_{\Delta}^1, k+1} + D_{2, k+1} d_{N_{\Delta}^2, k+1} + \dots + D_{m, k+1} d_{N_{\Delta}^m, k+1}] \quad (16)$$

(3) 主滤波器时间更新。将  $d_{N_{\Delta}^g}(t)$  代入式

(1), 对其积分, 求得  $[t_k, t_{k+1}]$  内的  $\hat{X}_g(t)$ 。

(4) 主滤波器向各子滤波器分配信息。

$$\hat{X}_i(t) = \hat{X}_g(t) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

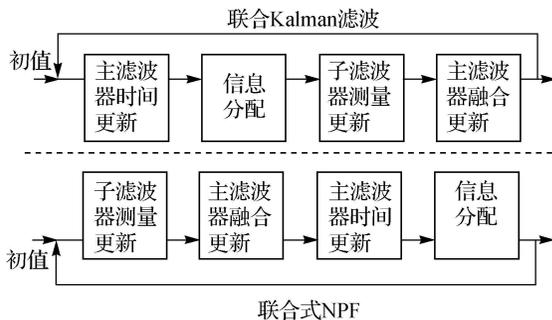


图 1 联合式 NPF 与联合 Kalman 滤波算法流程  
Fig.1 Comparison of the flow between federated NPF and federated KF

### 2.4 模型误差方差矩阵计算方法

联合式 NPF 的信息融合过程需要用到  $d_{N_{\Delta}}$  的状态估计协方差阵  $D_k$ 。文献[9]在讨论非线性系统离散化问题时, 提出了模型误差方差的三种实时近似计算方法, 本文直接采用其中的第一种。

由式(5)可得

$$W d_{N_{\Delta}}(t) d_{N_{\Delta}}^T(t) W^T = [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})]^T R^{-1} \cdot [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)] \cdot [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)]^T R^{-1} [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})] \quad (18)$$

两侧同时取数学期望

$$W E [d_{N_{\Delta}}(t) d_{N_{\Delta}}^T(t)] W^T = [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})]^T \cdot R^{-1} R_{mes-est} R^{-1} [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})] \quad (19)$$

式中

$$R_{mes-est} = E\{[y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)] \cdot [y(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)]^T\}.$$

由协方差约束条件可知  $R_{mes-est} R^{-1} \approx I$ , 从而

$$W E [d_{N_{\Delta}}(t) d_{N_{\Delta}}^T(t)] W^T \approx [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})]^T \cdot R^{-1} [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})] \quad (20)$$

若  $W \neq 0$ ,  $d_{N_{\Delta}}$  的协方差可以近似为

$$D = W^{-1} [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})]^T R^{-1} [\Lambda(\Delta t) S(\hat{X})] (W^T)^{-1} \quad (21)$$

### 2.5 加权阵的选择策略

目前, NPF 算法误差加权阵  $W$  的选择很难通过解析方法获得, 通常需依据经验反复调试, 限制了 NPF 的工程应用。文献[11]提出了一种  $W$  偏小设计准则, 使 NPF 算法对  $d_{N_\Delta}$  的估计引入高频分量, 并采用低通滤波器对该项高频噪声进行滤除, 放宽了模型误差加权阵的设计范围。本文结合高/低精度姿态敏感器联合定姿系统的特点提出, 联合式 NPF 算法的  $W$  选取也可采用偏小设计准则, 但不必引入数字滤波器。具体分析如下。

根据文献[11]的分析, 在 NPF 算法中, 当  $W$  偏小设计时, 滤波器偏信于测量值从而引入较多的测量噪声, 导致姿态角速度估计精度下降, 但该测量噪声与卫星姿态机动引起的测量变化在频谱上具有明显的界限, 因此可引入低通 FIR 数字滤波器将高频分量直接滤除。另外, NPF 算法在  $W$  偏小设计区间的较大范围内具有稳定性, 故该方法还放宽了模型误差加权阵的设计范围。

在无陀螺系统的联合式 NPF 定姿方案中, 星敏感器是高精度敏感器的代表。当  $W$  偏小设计时, 该高精度子系统引入的噪声水平较低, 其模型误差  $d_{N_\Delta}$  的估计精度在整个滤波器中起主要作用, 同时对低精度敏感器(如 GNSS 敏感器)子系统  $d_{N_\Delta}$  的估计精度具有较大改善作用(这一点在后文仿真试验中得到了验证), 从而克服了该低精度子系统由于  $W$  偏小设计引入较大  $d_{N_\Delta}$  估计偏差的不足, 整个联合滤波器  $d_{N_\Delta}$  估计精度满足姿态角速度估计精度要求。因此, 对于无陀螺定姿系统的联合式 NPF 算法,  $W$  偏小设计准则同样适用, 但不必引入数字滤波器, 简化了算法的工程应用过程。

## 3 联合滤波模型及其算法实现

### 3.1 系统状态方程

选取地心惯性坐标系作为姿态运动的参考坐标系, 可得姿态运动学方程<sup>[11]</sup>

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(\omega) q \quad (22)$$

式中,  $q^T = [q_1 \quad q^{T24}]$  和  $\omega$  为星体坐标系相对于惯性坐标系的姿态和姿态角速度。由于没有配置陀螺,  $\omega$  只能通过姿态动力学方程传播, 本文选取飞轮作为执行机构, 不考虑飞轮角动量误差, 可

得航天器姿态动力学模型

$$\dot{\omega} = J^{-1} [-C\omega - \omega \times (J\omega + Ch) + N] \quad (23)$$

式中,  $C$  为飞轮安装矩阵;  $h$  为飞轮角动量;  $\dot{h}$  为其变化率;  $N$  为总外力矩, 包括控制力矩和干扰力矩。

考虑到飞轮角速度的测量误差及其他不确定性干扰力矩等因素的影响, 姿态动力学方程必定存在模型误差  $d_{N_\Delta}$ , 改写式(23)可得

$$\dot{\omega} = J^{-1} [-C\omega - \omega \times (J\omega + Ch) + N] + J^{-1} d_{N_\Delta} \quad (24)$$

选取系统基本状态为  $X = [q^T(t) \quad \omega^T(t)]^T$ , 根据式(22)和式(24)得到系统状态方程为

$$\dot{X}(t) = f[X(t)] + G(t)d_{N_\Delta}(t) = \begin{bmatrix} f_1[q(t), \omega(t)] \\ f_2[\omega(t)] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{4 \times 3} \\ J^{-1} \end{bmatrix} d_{N_\Delta}(t) \quad (25)$$

式中

$$f_1(q, \omega) = \frac{1}{2} \Omega(\omega) q = \frac{1}{2} E(q) \omega$$

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -[ \omega \times ] \end{bmatrix}$$

$$E(q) = \begin{bmatrix} -q^{T24} \\ q_1 I_{3 \times 3} + [q^{24} \times] \end{bmatrix}$$

$$f_2(\omega) = J^{-1} [-C\omega - \omega \times (J\omega + Ch) + N]$$

### 3.2 系统观测方程

#### 3.2.1 星敏感器子系统观测方程

星敏感器采用双矢量测量模型, 观测方程输出值  $y_1$  的估计模型为

$$\hat{y}_1 = h_1(\hat{X}) = \begin{bmatrix} R_i^b(\hat{q}) v_1 \\ R_i^b(\hat{q}) v_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

分析可知,  $h_1(\hat{X})$  显式地依赖于  $\hat{q}$  而不是  $\hat{\omega}$ ,  $d_{N_\Delta, k}$  首次出现时  $h_1(\hat{X})$  的最低微分阶次  $p_i = 2$ , 由此可得参量  $\Lambda(\Delta t)$ 、 $Z[\hat{X}(t), \Delta t]$  和  $S(\hat{X})$  计算公式

$$\Lambda_1(\Delta t) = \frac{1}{2} \Delta t^2 I_{6 \times 6} \quad (27)$$

$$Z_1 = \Delta t L_f^1 + \frac{\Delta t^2}{2} L_f^2 \quad (28)$$

式中

$$L_f^1 = \frac{\partial h(\hat{X})}{\partial \hat{q}} f_1(\hat{q}, \hat{\omega}) = \begin{bmatrix} E^T(\hat{q}) \Psi(v_1) \\ E^T(\hat{q}) \Psi(v_2) \end{bmatrix} E(\hat{q}) \hat{\omega} \quad (29)$$

$$L_i^2 = \frac{\partial L_i^1}{\partial \hat{q}} f_1(\hat{q}, \hat{\omega}) + \frac{\partial L_i^1}{\partial \hat{\omega}} f_2(\hat{\omega}) =$$

$$- 2 \begin{bmatrix} [\hat{\omega} \times] E^T(\hat{q}) \Psi(v_1) \\ [\hat{\omega} \times] E^T(\hat{q}) \Psi(v_2) \end{bmatrix} f_1(\hat{q}, \hat{\omega}) +$$

$$\begin{bmatrix} E^T(\hat{q}) \Psi(v_1) \\ E^T(\hat{q}) \Psi(v_2) \end{bmatrix} E(\hat{q}) f_2(\hat{\omega}) \quad (30)$$

$$S_i = \begin{bmatrix} E^T(\hat{q}) \Psi(v_1) \\ E^T(\hat{q}) \Psi(v_2) \end{bmatrix} E(\hat{q}) \cdot J^{-1} \quad (31)$$

其中,  $\Psi(v_i) = \begin{bmatrix} 0 & -v_i^T \\ v_i & [v_i \times] \end{bmatrix}$ ,  $i = 1, 2$ 。

于是, 伪陀螺/星敏传感器子系统(子滤波器 1) 测量更新方程可表示为

$$dN_{\Delta 1} = - \left[ \left( \Lambda_1 S_1 \right)^T R_1^{-1} \left( \Lambda_1 S_1 \right) + \bar{W} \right]^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \left( \Lambda_1 S_1 \right)^T R_1^{-1} \left( Z_1 + \hat{y}_1 - y_1 \right) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$D_1 = W^{-1} \left( \Lambda_1 S_1 \right)^T R_1^{-1} \left( \Lambda_1 S_1 \right) \left( W^T \right)^{-1} \quad (33)$$

### 3.2.2 GNSS 姿态敏感器子系统观测方程

GPS 是目前 GNSS 的典型代表, 下文以它为例讨论 GNSS 的定姿问题。GPS 姿态敏感器基本工作原理是在星体表面配置多个天线, 利用各天线测量载波信号之相位差, 来实时确定星体坐标系相对于参考坐标系的夹角, 进而求解星体姿态角。有关 GPS 姿态敏感器详细工作原理参见文献[12]。

假设 GNSS 姿态敏感器输出的结果为姿态四元数, 可得如下线性观测方程

$$\hat{y}_2 = h_2(\hat{X}) = \hat{q} \quad (34)$$

$\Lambda(\Delta t)$ 、 $Z[\hat{X}(t), \Delta t]$  和  $S(\hat{X})$  的计算公式为

$$\Lambda_2(\Delta t) = \frac{1}{2} \Delta t^2 I_{4 \times 4} \quad (35)$$

$$Z_2 = \left[ \Delta t I + \frac{\Delta t^2}{4} \Omega(\hat{\omega}) \right] f_1(\hat{q}, \hat{\omega}) +$$

$$\frac{\Delta t^2}{4} E(\hat{q}) f_2(\hat{\omega}) \quad (36)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} E(\hat{q}) \cdot J^{-1} \quad (37)$$

于是, 伪陀螺/GNSS 姿态敏感器子系统(子滤波器 2) 测量更新方程可表示如下

$$dN_{\Delta 2} = - \left[ \left( \Lambda_2 S_2 \right)^T R_2^{-1} \left( \Lambda_2 S_2 \right) + \bar{W} \right]^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \left( \Lambda_2 S_2 \right)^T R_2^{-1} \left( Z_2 + \hat{y}_2 - y_2 \right) \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$D_2 = W^{-1} \left( \Lambda_2 S_2 \right)^T R_2^{-1} \left( \Lambda_2 S_2 \right) \left( W^T \right)^{-1} \quad (39)$$

## 4 仿真验证与分析

本节重点仿真分析联合式 NPF 滤波器的可行性和容错性能, 基本参数设置如下。

星敏传感器: 测量噪声均方差  $18''$ , 输出频率 1 Hz。

GNSS 姿态敏感器: 测量噪声均方差  $0.3^\circ$ , 输出频率 1 Hz。

姿态四元数初始真值

$$q^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

姿态角速度初始真值

$$\omega^T = [0.1 \ 0.1 \ 0.1] (^\circ/s)$$

姿态四元数估计初值

$$\hat{q}^T = \begin{bmatrix} \cos \frac{\Theta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\Theta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\Theta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\Theta}{2} \end{bmatrix}$$

姿态角速度估计初值

$$\hat{\omega}^T = [0 \ 0 \ 0] (^\circ/s), \Theta = 5^\circ$$

姿态动力学模型误差真实模型

$$dN_{\Delta} = \Delta N_e + \Delta N_e$$

常值分量

$$\Delta N_e = [-0.003 \ -0.003 \ 0.004]^T (Nm)$$

周期分量

$$\Delta N_e = 10^{-3} \times [2 \cos(5\omega_b t) \ \sin(5\omega_b t) - 2 \sin(5\omega_b t)]^T (Nm)$$

$$\omega_b = 0.066^\circ/s$$

NPF

加权矩阵

$$W = (1/0.0033)^2 I_{3 \times 3}$$

状态变量估计初值

$$\hat{X}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$P(0) = \text{diag} [0.025^2 \ 0.025^2 \ 0.025^2 \ \left( \frac{0.1\pi}{180} \right)^2 \ \left( \frac{0.1\pi}{180} \right)^2 \ \left( \frac{0.1\pi}{180} \right)^2 \ \left( \frac{0.1\pi}{180} \right)^2 \ 1]$$

仿真结果中欧拉角按 3-1-2 转动顺序定义。

### 4.1 联合滤波器与子系统滤波器性能比较

分别对联合滤波器和单个子系统滤波器进行仿真, 比较其性能。由 NPF 基本原理可知, 该算法的关键步骤是利用观测信息估计状态方程的模型误差, 因此, 姿态参数估计精度在很大程度上取决于姿态敏感器的测量精度。星敏传感器和 GNSS 姿态敏感器分别为高精度和低精度姿态敏感器的代表, 其单独工作时滤波结果如图 2、图 3 所示, 滤波收敛后各参数估计偏差最大值(max)和估计

偏差均方根(RMS)比较如表 1 所示。

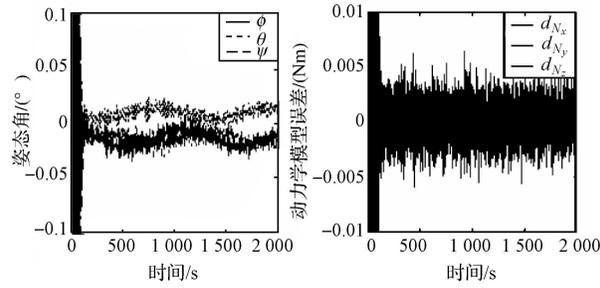


图 2 子滤波器 1 单独工作时的估计偏差

Fig. 2 Estimation errors using only local filter 1

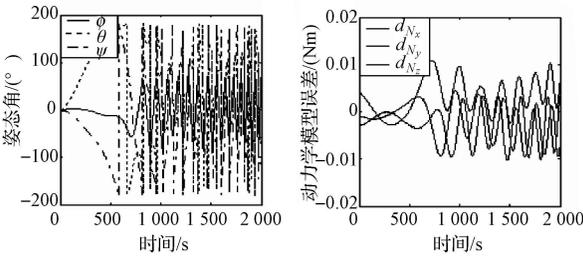


图 3 子滤波器 2 单独工作时的估计偏差

Fig. 3 Estimation errors using only local filter 2

表 1 可行性仿真估计偏差的 max 和 RMS

Tab. 1 Max and RMS of estimation errors in feasibility simulation

系统	姿态角 / (°)			动力学模型误差 / (Nm)			
	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$d_x$	$d_y$	$d_z$	
1	M	0.039 0	0.023 1	0.028 1	0.008 0	0.006 1	0.006 2
	R	0.015 3	0.010 3	0.014 2	0.001 7	0.001 6	0.001 9
2	M	90.171	177.99	180.91	0.010 3	0.009 7	0.010 3
	R	47.250	87.487	105.43	0.005 2	0.005 1	0.004 8
合	M	0.035 5	0.025 2	0.030 5	0.004 8	0.004 0	0.005 3
	R	0.017 4	0.012 4	0.015 4	0.001 5	0.001 3	0.001 5

注:表中“1”代表“子系统 1”,“2”代表“子系统 2”,“合”代表“联合滤波器”。

由图 2、图 3 可以看出,子滤波器 1 单独工作时,滤波器收敛性较好,各参数估计偏差曲线稳定,精度较高,子滤波器 2 单独工作时,姿态动力学模型误差估计效果较差,导致姿态角和姿态角速度估计偏差曲线发散,估计结果基本不可信。要构成可用的伪陀螺/GNSS 姿态敏感器子系统,需要提高 GNSS 姿态敏感器的测量精度,经仿真分析可知,当其精度提高到 0.05° 时,该子系统开始能够获得稳定的估计结果,虽然精度不是很高,但作为其他敏感器全部失效情况下的方案备份还是有一定意义的。以下仿真试验中 GNSS 姿态敏感器采用 0.05° 的测量精度。

图 4 为联合滤波仿真结果,可以看出,联合滤波器估计性能较好,各参数估计偏差曲线稳定,姿态角估计精度与子系统 1 精度相当,而且能够有效改善子系统 2 对姿态动力学模型误差的估计性能,提高了姿态角和姿态角速度的估计精度,从而验证了联合滤波器的优越性。

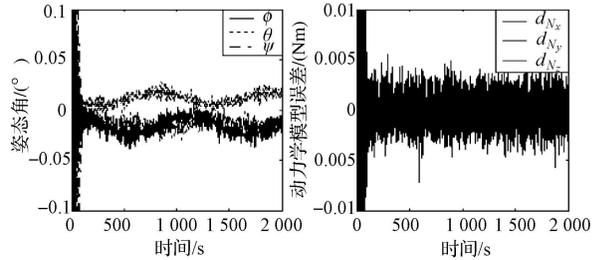


图 4 联合式 NPF 滤波器的估计偏差

Fig. 4 Estimation errors using federated NPF

仿真分析还发现,在较大初始误差条件下,联合滤波仍然具有良好的收敛性能,且稳态估计精度较高。

### 4.2 联合滤波器容错性能分析

下面讨论联合滤波器的容错性能。首先分析联合滤波器对星敏感器故障的适应能力。基本参数设置不变,仅在 1 000 s~ 2 000 s 之间将星敏感器精度降级为 60",结果如图 5、图 6 和表 2 所示。

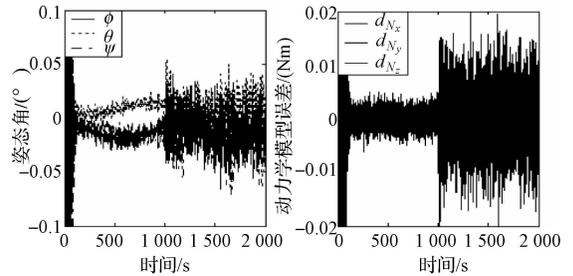


图 5 星敏感器精度降级时子系统 1 的估计偏差

Fig. 5 Estimation errors using only local filter 1 when star sensor degraded

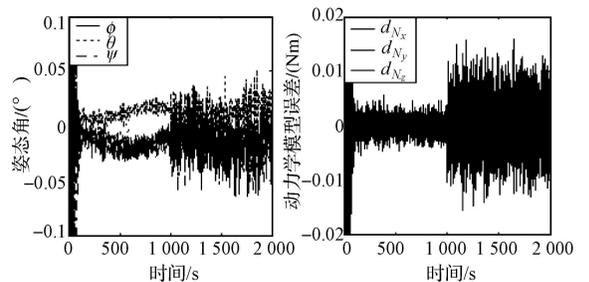


图 6 星敏感器精度降级时联合 NPF 滤波器的估计偏差

Fig. 6 Estimation errors using federated NPF when star sensor degraded.

表 2 星敏传感器精度降级时各参数估计偏差的 max 和 RMS

Tab. 2 Max and RMS of estimation errors when star sensor degraded

系 统	姿态角 / (°)			动力学模型误差 / (Nm)			
	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$d_x$	$d_y$	$d_z$	
1	M	0.062 3	0.049 5	0.072 5	0.017 2	0.019 1	0.020 5
	R	0.035 5	0.016 2	0.021 9	0.005 7	0.005 0	0.006 3
合	M	0.065 3	0.054 0	0.061 8	0.015 1	0.015 1	0.017 5
	R	0.022 9	0.017 6	0.021 5	0.004 7	0.004 4	0.005 1

注:表中“1”代表“子系统 1”,“合”代表“联合滤波器”。

可以看出,星敏传感器测量精度降级后,子系统 1 姿态参数估计精度明显降低,参数估计误差曲线较稳定;联合滤波器姿态参数估计精度也明显降低,原因是高精度的星敏传感器在联合滤波器中起主要作用,其精度降低势必引起联合滤波精度降低。但从统计结果看,在星敏传感器精度降级的情况下,联合滤波器各参数估计精度还是略优于子系统 1 单独工作时的估计精度。

接下来,对 GNSS 姿态敏传感器测量精度降级情况进行仿真,基本参数设置不变,仅在 1 000 ~ 2 000 s 之间将 GNSS 姿态敏传感器精度降级为 0.3°,结果如图 7、图 8 和表 3 所示。

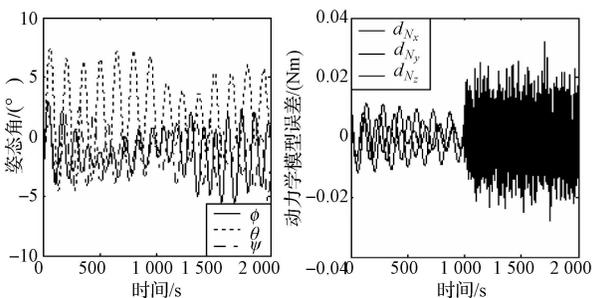


图 7 GNSS 姿态敏传感器精度降级时子系统 2 的估计偏差  
Fig. 7 Estimation errors using only local filter 1 when GNSS degraded

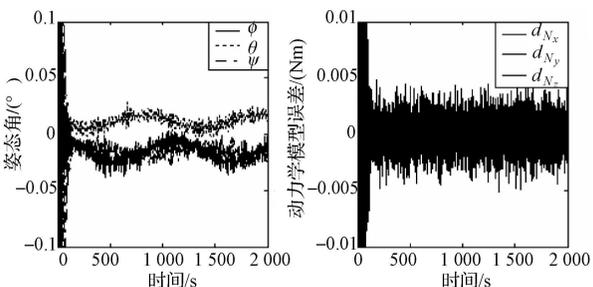


图 8 GNSS 姿态敏传感器精度降级时联合滤波器的估计偏差  
Fig. 8 Estimation errors using federated NPF when GNSS degraded

表 3 GNSS 姿态敏传感器精度降级时各参数估计偏差的 max 和 RMS

Tab. 3 Max and RMS of estimation errors when GNSS degraded

系 统	姿态角 / (°)			动力学模型误差 / (Nm)			
	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$d_x$	$d_y$	$d_z$	
2	M	5.322 3	9.789 7	5.200 8	0.029 1	0.029 5	0.026 6
	合	47.250	87.487	105.43	0.005 2	0.005 1	0.004 8
1	M	0.036 4	0.032 8	0.035 3	0.007 3	0.005 2	0.006 6
	R	0.017 8	0.012 7	0.016 0	0.002 0	0.001 7	0.002 2

注:表中“2”代表“子系统 2”,“合”代表“联合滤波器”。

可以看出,GNSS 姿态敏传感器精度降级后,子系统 2 单独工作时,各参数估计精度变化较大,特别是动力学模型误差估计偏差曲线振幅明显加大;而联合滤波器在 GNSS 姿态敏传感器精度降级前后,各参数估计偏差曲线振幅变化不大,滤波性能非常稳定。

综上所述,与子系统单独工作相比,联合滤波器对子系统故障导致的精度降级具有较好的容错性。

### 5 结 论

综合上述仿真试验结果可得以下结论:

(1) 联合式 NPF 算法能够较好地解决模型误差非高斯分布条件下无陀螺系统的多传感器融合定姿问题,虽然其姿态确定精度与高精度姿态确定子系统精度相当,但可有效改善低精度姿态确定子系统对姿态动力学模型误差的估计性能;与同等配置条件下的有陀螺系统相比,其姿态确定精度要低。

(2) 无陀螺系统的联合式 NPF 滤波器与有陀螺系统的联合 Kalman 滤波器具有相同的滤波性能,对估计初值误差和姿态敏传感器故障具有较好的适应性。

### 参考文献:

[1] NI Xinguo. Space Platform Attitude Determination and Transfer Alignment Technology for Weapon System[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (倪新国. 空间平台姿态确定及武器系统传递对准技术[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.)

[2] CRASSIDIS J L, MARKLEY F. Minimum Model Error Approach for Attitude Estimation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(6): 1241-1247.

[3] CRASSIDIS J L, Landis F. Predictive Filtering for Nonlinear Systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,

- 1997, 20(3): 566-571.
- [4] CARLSON N A. Federated Filter for Fault-tolerant Integrated Navigation Systems[C] // Proceedings of Position Location and Navigation System' 88. Orlando: IEEE, 1988: 110-119.
- [5] CARLSON N A. Information-sharing Approach to Federated Kalman Filtering[C] // Proceedings of the IEEE National Aerospace and Electronics Conference. [s. n.]: Dayton, 1988: 1581.
- [6] CARLSON N A. Federated Square Root Filter for Decentralized Parallel Processes [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(3): 517-525.
- [7] YU Feng, LIU Jianye, XIONG Zhi, et al. Multi-information Fusion Method of Micro Satellite Attitude Determination System [J]. Journal of Shanghai JiaoTong University, 2008, 42(5): 831-835. (郁丰, 刘建业, 熊智, 等. 微小卫星姿态确定系统多信息融合滤波技术[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(5): 831-835.)
- [8] Markley F L, Crassidis J L, Cheng Y. Nonlinear Attitude Filtering Methods[C] // Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, San Francisco: AIAA, 2005.
- [9] ZHANG Hongmei. Nonlinear Filter and Its Application to Attitude Estimation and Navigation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2004. (张红梅. 非线性滤波及其在姿态确定和导航中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2004.)
- [10] Bierman G J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation[M]. English: Academic Press, 1977.
- [11] YU Feng, LIU Jianye, XIONG Zhi. Application of Predictive Filter in Satellite Attitude Determination[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 110-114. (郁丰, 刘建业, 熊智. 预测滤波算法在微小卫星姿态确定中的应用[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 110-114.)
- [12] TU Shancheng. Attitude Dynamics and Control of Satellite II [M]. Beijing: Astronautic Publishing House. (屠善澄. 卫星姿态动力学与控制 II [M]. 北京: 中国宇航出版社, 1998.)

(责任编辑: 陈品馨)

收稿日期: 2011-01-17

修回日期: 2011-03-22

第一作者简介: 张智斌(1975—), 男, 高级工程师, 主要从事航天器轨道、姿态控制的理论与应用研究。

First author: ZHANG Zhibin (1975—), male, senior engineer, majors in theory and application research of spacecraft orbit and attitude.

E-mail: pu32208@yahoo.com.cn

(上接第 136 页)

- Science and Technology, 2000(8): 32-35. (顾启泰, 李本亮, 刘学斌, 等. 解析式动态找北仪[J]. 清华大学学报: 自然科学, 2000(8): 32-35.)
- [6] SHEN Chengwu, WANG Zhiqian, LIU Chang, et al. A Novel Level Compensation Technology of North-Seeking System Using Accelerometer [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2008(3): 208-209. (沈铨武, 王志乾, 刘畅, 等. 加速度计寻北系统调平补偿技术分析[J]. 测试技术学报, 2008(3): 208-210.)
- [7] GUO Xiqing, WU Keyong. A North-seeker Based on the Modulation and Output of a Ring Laser Gyroscope, Optoelectronic Engineering [J]. 2001, 28(2): 11-35. (郭喜庆, 武克用. 基于环形激光陀螺调制输出的寻北系统[J]. 光电工程, 2001, 28(2): 11-13.)
- [8] LAWRENCE W. The North Finding Module [J]. Navigation, Journal of Institute of Navigation, 1997, 44(3): 323-328.
- [9] DONOHO D. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1995, 41: 613-627.
- [10] LAMPRECHT H A, TROMP H, BOTT M A. Base Motion Compensation for A Fiber-optic North-seeking Gyroscope[C] // Proceedings of Symposium Gyro Technology. Stuttgart: [s. n.], 1996.
- [11] DYOTT R B. Method for Finding True North Using a Fibre-optic Gyroscope[J]. Electronics Letters, 1994, 30: 1087-1088.
- [12] DYOTT R B, ALLEN D E A. Fiber Optic Gyroscope North Finder [C] // Proceedings of SPIE. Glasgow: SPIE, 1994: 442-448.
- [13] CHEN Jiabin, LIU Xingqiao. Study of the Error of a Strap-down Gyro North Seeking Instrument and Test Analysis [J]. Acta Armamentarii, 1999, 20(4): 371-374. (陈家斌, 刘星桥. 捷联式陀螺寻北仪误差分析与试验研究[J]. 兵工学报, 1999, 20(4): 371-374.)

(责任编辑: 张燕燕)

收稿日期: 2011-01-31

修回日期: 2011-03-07

第一作者简介: 刘伟, 男, 工程师, 主要从事导航理论及系统研究

First author: LIU Wei (1978—), male, engineer, majors in navigation theory and system research.

E-mail: liuw ei924@sina.com