

文章编号: 1001-1595(2010)01-0011-05

## 基于 GPS 观测的格林函数法研究汶川 8.0 级强震前构造应力场变化

张永志, 吴小利, 王卫东, 徐海军, 刘杰

长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054

### The Tectonic Stress Variation Derived by Using Green's Function Based on GPS Data before Wenchuan Ms= 8.0 Strong Earthquake

ZHANG Yongzhi, WU Xiaoli, WANG Weidong, XU Haijun, LIU Jie

Institute of Geological engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

Abstract: Based on Green's second interior integration, the formulas to calculate interior stress variation from displacement velocity on earth surface is derived in this paper. The computed methods are discussed and analyzed. In the last, the maximum principal stress and shear in depth 15 km of the earth crust is computed by using GPS displacement velocity data observed from 2001 to 2005, 2004 to 2007 in Sichuan region. The results show that both maximum compressional principal stress variation and shear locate in the area where moderate strong earthquake Ms= 6.0 or larger than 6.0 occurred during the GPS observation.

Key words: GPS velocity; green function method; inversion; tectonic stress variation; Wenchuan earthquake

摘 要: 通过格林第二内部积分公式导出地面位移与地壳内应力变化的关系, 分析和讨论利用地面位移变化速率来计算地球内应力场变化的可能性和计算方法; 最后, 采用 2001—2005 和 2004—2007 年间在中国四川地区观测的 GPS 位移速率数据, 对汶川地震区震前地壳内深度为 15 km 处的最大主应力、最大剪应力变化进行了计算分析。结果表明, 四川地区地壳内的局部最大主压应力变化和最大剪应力变化区域与同期发生地震活动的区域具有较好的一致性。

关键词: GPS 速率; 格林函数法; 反演; 应力场变化; 汶川地震

中图分类号: P223

文献标识码: A

基金项目: 国家自然科学基金(40674001); 国土资源大调查项目(1212010914015)

## 1 引 言

GPS 观测可精确地获得地球表面的 3 维位移场变化速率。而 GPS 技术观测到的地球表面位移场变化可能是地球内部应力场变化在地面的直接响应。因此, 利用地面观测到的位移场速率来研究地壳内部的应力场变化与地震活动等地球物理现象的关系无疑具有重要的科学意义。GPS 数据在研究强地震活动引起的地面变形在国外已取得许多成功的例子。如 Snay 等采用 GPS 资料, 研究了与 Loma Prieta 地震有关的水平形变<sup>[1]</sup>。Ching 利用 GPS 观测的位移场研究了中国台湾地区的构造逃逸变形<sup>[2]</sup>。Peyrat 等采用测震、强地面运动、GPS 和 InSAR 数据对发生在开罗北面 Tarapaca 地区的 Mw7.7 级地震的震源参数进行了反演<sup>[3]</sup>。Johnson 等采用 GPS 数据和震后应力变化数据对断层的滑动摩擦参数进行了反演计算研究<sup>[4]</sup>。我国学者在利用 GPS 资料研究地壳形变和地质块体间的相对运动中也取得

了一些结果。如黄立人用 GPS 资料研究了我国华北地区和青藏高原的地壳形变和地质块体间的相对运动<sup>[5]</sup>、王琪等利用 GPS 资料研究我国云南丽江 7.0 级地震前的地壳形变和地质块体间的相对运动<sup>[6]</sup>。文献[7]利用华北地区 GPS 资料, 采用有限元方法计算了华北地区地壳中的应力场分布<sup>[7]</sup>。本文在格林第二内部积分公式<sup>[8]</sup>的基础上, 导出了地面位移场与地球内应力场变化的近似表示关系, 格林函数法与其他反演方法相比, 其优点在于其物理意义明确, 具有确定的物体表面观测与物体内部待研究参数的数学解析表示关系, 同时考虑了边界的几何形状、介质的物理特性等优点, 是利用地表观测研究地球内部问题的一种有效手段。其缺点是对待研究量的数学条件较高, 如要求待研究量在体内存在有限连续的二阶导数, 理论上需要对整个地球表面进行观测, 计算观测面上的应力比较困难, 因为在观测点存在数学上的奇性。最后, 利用四川地区(2001—2005)和(2004—2007)观测的 GPS 地面位移场速率, 对

我国汶川强震活动区震前的地壳深部最大主应力场和剪应力变化分布进行了计算研究,并分析了该地区应力场空间变化分布与强震活动位置、断层分布的关系。

## 2 地面位移场与地球内部应力场关系的建立

为了利用地面观测的位移场计算地球内部的应力场,本文首先建立地面位移场速率与地球内部应力的关系。如图1所示,  $n$  为曲面  $S$  ( $S = S_1 + S_2$ ) 的单位外法线向量, 设体积内部任意两点  $P, Q$  的位移向量  $\alpha, \beta$  在体积  $V$  内与  $S$  面上二阶连续、可微。

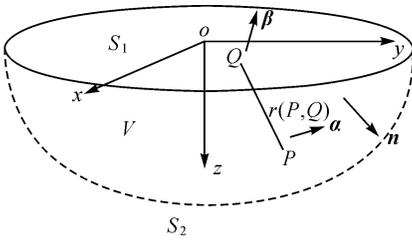


图1 模拟区域深部应力场与地面位移场关系的空间模型

Fig. 1 The model to express relationship between displacement on surface and stress in body

由格林第二内部积分公式<sup>[8]</sup>可得

$$\int_V (\alpha \Delta \beta - \beta \Delta \alpha) dv = \int_{S_1 + S_2} (\alpha \frac{\partial \beta}{\partial n} - \beta \frac{\partial \alpha}{\partial n}) ds \quad (1)$$

式中,  $\Delta$  为拉普拉斯算子;  $\alpha, \beta$  分别体积内或边界上任意两点  $P, Q$  的位移。根据弹性体内的几何方程和本构关系, 等式(1)可变为

$$\int_V \{ \alpha [P] \sigma_j [Q] - \beta [Q] \sigma_j [P] \} dV = \int_S \{ \alpha [P] \sigma [Q] - \beta [Q] \sigma [P] \} ndS \quad (2)$$

式中,  $\sigma [Q], \sigma [P]$  为  $Q, P$  点应力;  $\sigma_j$  表示对坐标求一阶偏导数 ( $j = x, y, z$ )。将分量形式的应力平衡方程  $\sigma_{j,j} + b_i = 0$  代入式(2)并整理得

$$\int_V \{ \alpha [Q] b_i [P] - \beta [Q] b_i [P] \} dV = \int_S \{ \beta [Q] \sigma_j [P] - \alpha [Q] \sigma_j [P] \} n_j dS \quad (3)$$

在式(3)中,  $b_i$  为  $i$  方向的体力(指作用在物体内部的保守力, 如重力、磁力等), 取  $\beta$  为  $P$  点的单位荷载在  $Q$  点引起的位移, 即

$$b_i(P) = \delta(P - Q) \quad (4)$$

$\delta(P - Q)$  是 Dirac  $\delta$  函数, 它满足如下特性

$$\left. \begin{aligned} \delta(P - Q) &= 0, P \neq Q \\ \int_V \delta(P - Q) dV &= 1 \\ \int_V f(y) \delta(P - Q) dV &= f(x) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

利用性质(5)后由式(3)可得  $P$  点的位移为

$$\alpha [P] = \int_S \{ \beta [Q] \sigma_j [P] - \alpha [Q] \sigma_j [Q] \} n_j dS + \int_V \beta [Q] b_i [Q] dV \quad (6)$$

式中,  $\alpha [P] = u [P]$  即为待求的  $P$  点位移;  $\beta [Q] = U_{ki}$  为应变核函数<sup>[9]</sup>, 在无限弹性介质内为

$$U_{ki}(P, Q) = \frac{1 + \nu}{8\pi E(1 - \nu)R^2} [(3 - 4\nu) \delta_{ki} + r_k r_i] \quad (7)$$

相应的应力核函数为

$$T_{ki}(P, Q) = \frac{1}{8\pi E(1 - \nu)R^2} [(1 - 2\nu)(n_i r_k + n_k r_i) - n_m r_m (1 - 2\nu) \delta_{ki} + 3r_k r_i] \quad (8)$$

式中,  $E, \nu$  分别为介质的弹性模量和泊松比;  $R$  为  $P, Q$  点间距离;  $r_i$  为  $i$  方向与  $P, Q$  连线间的方向余弦。式(6)可通过边界上的面力和位移表示为

$$u(P) = \int_S U_{ki}(P, Q) t_i(u) dS - \int_S u_i(Q) T_{ki}(P, Q) dS + \int_V U_{ki}(P, Q) b_i(Q) dV \quad (9)$$

$t_i$  和  $u_i$  分别为  $S$  上的面力(指边界上与其他物体的相互作用力)和位移。通过对式(9)中的矢量位移取极限, 得边界上位移与应力的积分关系为<sup>[10-11]</sup>

$$\frac{1}{2} u(P) = \int_S U_{ki}(Q', Q) t_i(u) dS - \int_S u_i(Q) T_{ki}(Q', Q) dS + \int_V U_{ki}(Q', Q) b_i(Q) dV \quad (10)$$

将应力与位移的关系代入式(9)得内部应力公式为

$$\sigma_j(P) = \int_S D_{kij}(P, Q) t_k(u) dS - \int_S u_k(Q) S_{kij}(P, Q) dS + \int_V D_{kij}(P, Q) b_k(Q) dV \quad (11)$$

式中

$$D_{kij}(P, Q) = \lambda \delta_j U_{mk,m} + \mu (U_{jk,j} + U_{jk,i}) =$$

$$\frac{1}{8\pi E(1 - \nu)R^2} [(1 - 2\nu)(r_i \delta_{jk} +$$

$$S_{ij}(P, Q) = \lambda_{ij} T_{mk,m} + \mu(T_{jk,j} + T_{ji,i}) = \frac{E}{8\pi(1-\nu^2)R^3} \{ 3n_m r_m [(1-2\nu)r_i \delta_{ij} + \nu(r_j \delta_{jk} - r_j \delta_{ki}) - 5r_i r_j r_k] + 3\nu(n_i r_j + n_j r_i) r_k + (1-2\nu)(3n_k r_i r_j + n_i \delta_{jk} + n_j \delta_{ki}) - (1-4\nu)n_k \delta_{ij} \} \quad (12)$$

从上述推导过程和式(11)看出, 只要知道地面  $S$  上边界条件(如位移函数、面力函数)和体力函数, 可通过积分方程(11)计算弹性地壳内任意点  $P$  的应力。从以上的理论推导和分析可知, 地面的位移(场)和地球内的应力(源), 通过两点间的积分核函数相联系, 场源之间的距离越远, 他们之间的相互影响越小, 另一方面, 地面位移场与地球内部应力场之间的关系与介质的物理参数有关。

### 3 格林函数法的半无限空间模型推广

在实际工作中, 人们通常只对自己感兴趣的部分地球表面区域进行观测, 为便于利用地面区域或局部性的观测数据对地壳内应力场变化的计算, 讨论如图 1 所示的半无限空间模型。公式(11)的积分方程可分解为

$$\sigma_{ij}(P) = \int_{S_1+S_2} D_{ij}(P, Q) t_k(u) dS - \int_{S_1+S_2} u_k(Q) S_{kij}(P, Q) dS + \int_V U_{ki}(Q', Q) b_i(Q) dV \quad (13)$$

由于面  $S_2$  离计算应力点的距离为无限远,  $P, Q$  两点的距离  $R(P, Q)$  趋于无穷大

$$\left. \begin{aligned} \lim_{R(P,Q) \rightarrow \infty} D_{ij}(P, Q) &\rightarrow 0 \\ \lim_{R(P,Q) \rightarrow \infty} S_{kij}(P, Q) &\rightarrow 0 \\ \lim_{R(P,Q) \rightarrow \infty} S_{ij}(P, Q) &\rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

故式(13)的积分方程可变为

$$\sigma_{ij}(P) = \int_{S_1} D_{kij}(P, Q) t_k(u) dS - \int_{S_1} u_k(Q) S_{kij}(P, Q) dS + \int_V U_{ki}(Q', Q) b_i(Q) dV \quad (15)$$

从式(15)中可以看出, 体力主要由重力和引潮力组成, 引潮力是时间的函数, 只要知道两期 GPS 观测的时间, 可以通过理论模型计算来进行改正。由于计算点的深度相同, 计算点内部的均

匀介质球体模型对计算点的重力相同, 而计算点外部的质量对均质球层模型是 0, 而重力的非潮汐变化比较复杂, 影响因素很多。因此, 如果体力和面力为常数, 将式(14)两边对时间求导并忽略核函数随时间变化的影响得

$$\sigma_{ij}(P) = \int_{S_1} [-u_k(Q) S_{kij}(P, Q)] ds \quad (16)$$

式(16)是忽略了重力变化影响的计算公式, 通过格林函数法计算的应力与通过地面点 GPS 观测获得的位移或基线长度计算的地面应变称为视应变, 再由视应变根据物体的本构关系计算的视应力结果完全不同, 因为核函数与计算点与观测点的相对位置有关, 计算点越深, 它们之间相互关系越小。而后一种方法计算的只是地面的纯几何关系得出视应变和视应力, 与深度没有关系。

### 4 汶川强震区的 GPS 资料计算结果分析

2008-05-12 日 14:28 分, 在汶川突然发生里氏 8.0 级地震。汶川地震发生在青藏高原的东南边缘、川西龙门山的中心, 位于汶川—茂汶大断裂带上。龙门山断裂自东北向西南沿着四川盆地的边缘分布, 绵延长约 500 km, 宽达 70 km, 规模巨大, 沿着四川盆地西北缘底部切过, 地壳厚度在此陡然变化, 在其以西为 60~70 km, 以东则在 50 km 以下。在一亿年前开始的喜马拉雅造山运动过程中, 印度洋板块向北运动, 挤压欧亚板块, 造成青藏高原的隆升<sup>[12-13]</sup>。高原在隆升的同时, 也同时向东运动, 挤压四川盆地。虽然龙门山主体看上去构造活动性不强, 但是可能是处在应力的蓄积过程中, 当应力蓄积到了一定程度, 地壳就会破裂, 从而发生地震。龙门山断裂带属地震多发区内的活动断层, 来自青藏高原深部的物质向东流动到四川盆地受阻, 向上运动。龙门山断裂带是由 3 条大断裂构成, 自西向东分别是: 龙门山后山大断裂: 汶川—茂县—平武—青川; 龙门山主中央大断裂: 映秀—北川—关庄, 属于逆—走滑断裂; 龙门山主山前边界大断裂: 都江堰—汉旺—安县, 属于逆冲断裂。

该地震是在中国大陆继唐山地震后造成伤亡、财产损失最严重的地震。为了分析在该地震前震区地壳内部应力场变化与地震位置的空间关系, 本文应用 GPS 观测(图 2 所示)来对实际区域地壳中的应力场变化进行计算研究。图 2 中, 位移场速率(a)和(b)分别是通过 2001—2005 年和

2004—2007 年间观测的每两期观测值除以观测时间得出的年变化率,箭头大小表示 GPS 位移速率的大小,箭头指向为位移场速率运动方向。观测同期发生地震的震中位置如图例所示,北西向的黑线为鲜水河断裂带,北东向黑线为龙门山断裂带。从图 2 的 GPS 位移场速率分布可看出,在龙门山西北面的山区,观测到的 GPS 位移场速率向东南方向的运动明显大于断层东南面的成都平原地区的 GPS 位移场速率,因此,地壳的构造运动对龙门山断裂带形成挤压作用比较明显。

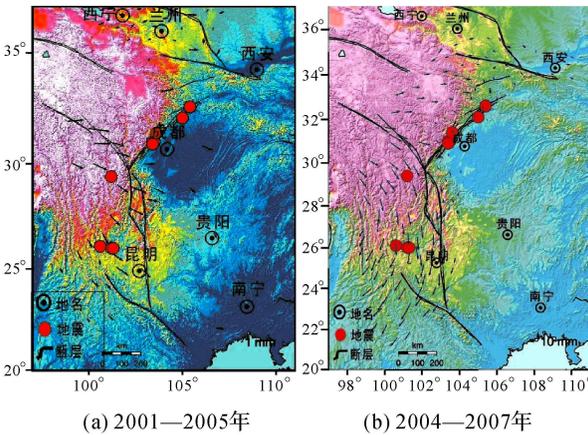


图 2 四川强震区的 GPS 位移场及主要断裂分布

Fig.2 GPS velocity and main faults in Sichuan region

本文采用四川地区的 GPS 观测资料对汶川强震区的应力场变化进行了计算分析,具体的计算步骤如下:将图 2 所示的研究区域以 GPS 观测点为节点划分成  $N$  个三角形单元<sup>[4]</sup>,如图 3 所示。

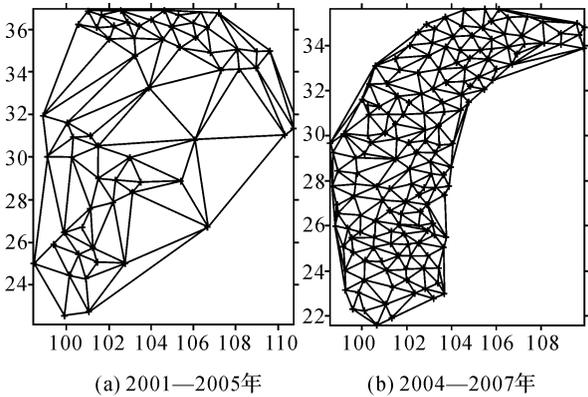


图 3 计算单元的划分

Fig.3 Mesh of computed elements

然后将式(16)的积分方程变成数值积分形式计算出地壳深部点在坐标轴方向的应力场变化,再由坐标轴方向的应力场变化计算最大主应力和最大剪应力变化。采用 2001—2005 年和 2004—

2007 年间观测的 GPS 位移速率通过计算获得四川地区地壳 15 km 深处的最大主应力分布如图 4 所示。

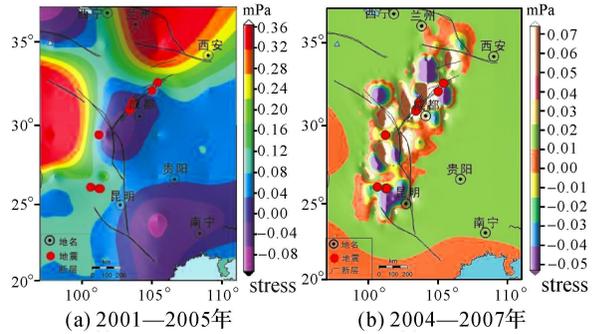


图 4 四川地区的深部主应力和地震活动分布

Fig.4 Principal Stress and seismicity in Sichuan region

由于 2001—2004 年 GPS 观测点较少,图 4(a) 所示的计算结果只能近似地反映大区域的应力场变化特征,从图 4(a) GPS 数据计算得出的主应力结果可看出,成都附近的龙门山断裂带最大主应力处于压应力变化状态;而且压应力变化区域主要沿龙门山断裂带分布。而从图 4(b) GPS 数据计算得出的主应力结果可看出,主应力变化呈现出从西南向东北交替变化的格局,该地区同期发生的 6 级以上中强地震全部都在应力场变化较大区域内(如图中红色圆点所示)。

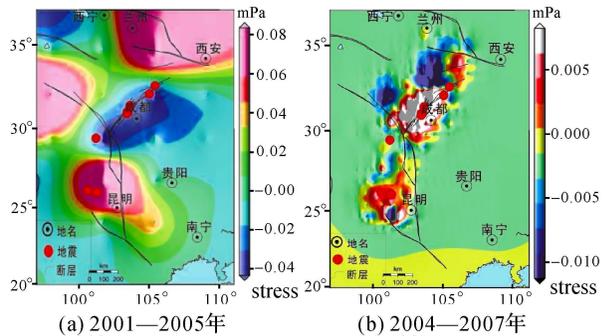


图 5 四川地区的深部剪应力分布

Fig.5 Maximum shear and seismicity in Sichuan region

图 5(a) 为 GPS 资料计算得四川地区地壳 15 km 深处最大剪应力年变化分布,从图 5(a) 看出,四川地区的深部剪应力分布与主应力分布的形态非常相似,最大剪应力变化发生在汶川强地震活动区的附近,沿龙门山断层呈现右旋剪切的变化特征(负值)。而图 5(b) 的 GPS 资料计算结果也与相应主应力计算结果相似,沿北东向呈比较复杂的交替变化。

## 5 讨论与结论

通过理论推导和实际 GPS 观测资料的计算分析, 本文得出如下结论和认识: ① 根据格林第二内部积分公式, 导出了根据地面位移场速率观测值计算地球内部应力场变化的近似计算公式, 由于格林函数是观测点与计算点之间距离倒数的函数, 观测点的格林函数法在数学上存在奇性, 计算地面的视应力比较困难。但在通过表面观测计算地球内部变量时, 是一个较好的方法。④ 四川地区(2001—2005 年; 2004—2007 年) 间观测的 GPS 位移场速率资料对该地区 15 km 深处的最大主应力和剪应力计算结果表明, 主压应力变化较大的区域主要为龙门山断裂附近的地震活动区, 在该地区观测同时期发生的 6 级以上强震都发生在 2004—2007 年间 GPS 数据得出的地应力变化区域内。这与中国大陆受印度板块的挤压, 青藏高原向东逃逸, 挤压相对稳定的成都平原, 从而造成龙门山断裂带附近形成应力场集中的地质解释基本一致。④ 沿龙门山断裂构造的剪应力变化特征与主应力变化特征相似。

### 参考文献:

- [1] SNAY R A, NEUGEBAUER H C, PRESCOTT W H. Horizontal Deformation Associated with the Loma Prieta Earthquake [J]. Bull Seism Soc Amer, 1991, 81 (5): 1647-1659.
- [2] CHING Kuoen, RAU Rueyjuin, LEE Jiancheng, et al. Contemporary Deformation of Tectonic Escape in SW Taiwan from GPS Observations, 1995-2005[J]. Earth and Planetary Science Letters, 2007, 262(3-4): 601-619.
- [3] PEYRAT S, CAMPOS J, DE CHABALIER J B, et al. Tarapaca Intermediate-depth Earthquake (Mw 7.7, 2005, northern Chile): A slab-pull event with Horizontal Fault Plane Constrained from Seismologic and Geodetic Observations[J]. Geophysical Research Letters, 2006, 33(22): 1-6.
- [4] JOHNSON K M, BURGMANN R, LARSON K. Frictional Properties on the San Andreas Fault near Park Field, California, Inferred from Models of after Slip Following the 2004 Earthquake[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2006, 96(4B): S321-S338.
- [5] HUANG Liren, GUO Liangqian. Crustal Horizontal Motion Model and Its Features in Northern Part of North China: Preliminary Analysis of GPS Measurement Data [J]. Crustal Deformation and Earthquake, 1998, 18(2): 20-27. (黄立人, 郭良迁. 华北(北部)地区的地壳水平运动特征及其模型: GPS 测量结果的初步分析[J]. 地壳形变与地震,

1998, 18(2): 20-27.)

- [6] WANG Qi, LAI Xian, YOU Xinzhaoh, et al. GPS Measurement and Present Tectonic Stress Field in the Honghe Fault, Southwest China [J]. Crustal Deformation and Earthquake, 1998, 18(2): 49-56. (王琪, 赖锡安, 游新兆, 等. 红河断裂的 GPS 监测与构造应力场[J]. 地壳形变与地震, 1998, 18(2): 49-56.)
- [7] HUANG Liren, MA Qing, GUO Liangqian, et al. The Mechanism of the Level Deformation in Parts of North China: The Analysis of 3D Finite Element and the Result of GPS Repetition[J]. Acta Seismologica Sinica, 1999, 21(1): 50-56. (黄立人, 马青, 郭良迁, 等. 华北部分地区水平变形的力学机制: 三维有限元和 GPS 复测结果的分析[J]. 地震学报, 1999, 21(1): 50-56.)
- [8] GUAN Zelin, NING Jinsheng. Earth's External Gravity Field and Shape [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1981. (管泽霖, 宁津生. 地球形状及外部重力场: 上册[M]. 北京: 测绘出版社, 1981.)
- [9] MINDLIN R D. Force at a Point in the Interior of a Semi-infinite Solid [J]. Journal of Applied Physics, 1936, 7: 195-202.
- [10] YAN Geng, DING Fangming. The Basic of Boundary Element Methods [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1986. (严更, 丁方明. 边界单元法基础[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1986.)
- [11] BREBBIA C A. Progress in Boundary Element Methods: 2 [M]. London: Pentech Press, 1983: 303.
- [12] SONG Chenghua, XU Caijun, LIU Jingnan, et al. The Determination and Analyses of the Kinematic Model of Relative Motion between Blocks in the Qinghai-Tibet Plateau by GPS Measurements [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1998, 23(1): 22-25. (宋成华, 许才军, 刘经南, 等. 青藏高原块体相对运动模型的 GPS 方法确定与分析[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1998, 23(1): 22-25.)
- [13] SHI Genghua, GOODMAN R E. Block Theory and Its Application to Rock Engineering [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc, 1985: 295-324.
- [14] REN Qingwen, YU Tiantang. Theory and Calculating Model of Block Element Method [J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(1): 68-77. (任青文, 余天堂. 块体单元法的理论和计算模型[J]. 工程力学, 1999, 16(1): 68-77.)

(责任编辑: 张燕燕)

收稿日期: 2008-09-18

修回日期: 2009-09-20

第一作者简介: 张永志(1961—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事地壳形变、重力测量、InSAR、GPS 测量等的教学与研究。  
First author: ZHANG Yongzhi(1961—), male, professor, PhD supervisor, majors in earth crust deformation, gravity, InSAR and GPS.  
E-mail: ca dxzyz@263.net