

GPS 高程转换的严密平差算法

冯林刚 赵志军 王占政 宋乐平

(内蒙古自治区地质调查院 内蒙古 呼和浩特 010020)

Rigorous Adjustment Algorithm for GPS Height Transformation

FENG Lingang, ZHAO Zhijun, WANG Zhanzheng, SONG Leping

摘要: 在 GPS 高程转换中,常采用 GPS 水准法、似大地水准面精化等方法。介绍一种利用 EGM2008 计算的高程异常差将 GPS 大地高差转换为正常高差,再按照间接平差法求得各转换点正常高平差值的方法。通过算例分析表明,该方法能够达到四等几何水准测量的精度。

关键词: GPS; EGM2008; 大地高差; 正常高差; 高程异常

一、引言

在 GPS 高程转换中,常用的方法有 GPS 水准法、似大地水准面精化等。由于这些方法都需要联测一定数量、分布合理均匀且能够有效覆盖整个拟合区域的 GPS 水准点,因此,水准点联测的工作量较大,在水准点稀少的地区实施起来也比较困难。由于 EGM2008 模型的精度明显好于其他模型^[1],而且它的相对精度比绝对精度高^[2],所以本文提出一种 GPS 高程转换的严密平差算法,即利用 EGM2008 模型计算的高程异常差将 GPS 测定的大地高差转换为正常高差,再按照间接平差法求得各转换点正常高的平差值。在此基础上根据某地区公路沿线 42 个四等 GPS 水准点资料,对该算法的可行性进行验证分析。

二、算法与思路

对于地面上相距较近的两点,EGM2008 模型的误差具有较强的相关性,用该模型计算的任意两点的高程异常,其共同误差经差分可以抵消。所以在相关距离上高程异常差的误差要比高程异常的误差小得多^[3]。由于 GPS 测定的大地高差可以达到很高的精度,所以利用 EGM2008 模型计算的高程异常差将 GPS 大地高差转换为正常高差也可以获得较高的精度。假设由 GPS 测定的第 i 点的大地高为 H_i ,由 EGM2008 求得该点的模型高程异常为 ζ_i ,则该点的正常高 h_i 为

$$h_i = H_i - \zeta_i - \Delta h_o \quad (1)$$

式中 Δh_o 为我国高程基准与 EGM2008 定义的全

高程基准之间的系统偏差,可按式(2)进行估算

$$\Delta h_o = \frac{\sum_{i=1}^n (H_i - h_i - \zeta_i)}{n} \quad (2)$$

式中 n 为 GPS 水准点的点数。

式(1)中 ζ_i 的计算公式为

$$\zeta_i = \frac{GM}{\rho\gamma_i} \sum_{n=2}^{190} \left(\frac{a}{\rho} \right)^n \sum_{m=0}^n [\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)] \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) \quad (3)$$

式中 ρ 、 φ 、 λ 为计算点 i 的地心向径、地心纬度和经度; GM 为地心引力常数; γ_i 为计算点 i 的正常重力值; a 为椭球长半径; $\bar{C}_{nm}$ 、 $\bar{S}_{nm}$ 为完全规格化位系数; $\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)$ 为完全规格化缔合勒让德函数。

根据式(1)可得到地面任意两点间的正常高差 Δh

$$\Delta h = \Delta H - \Delta\zeta \quad (4)$$

式中, ΔH 为由 GPS 测定的大地高差; $\Delta\zeta$ 为由 EGM2008 计算的模型高程异常差。

由于式(4)不包含高程系统间的偏差参数 Δh_o , $\Delta\zeta$ 中的模型相关性误差经差分也被抵消,而 ΔH 可由 GPS 以很高的精度获得,所以按照本方法计算 Δh 也可以获得较高的精度。

当测区内有一个 GPS 水准点时,即可推求全部 GPS 控制点的正常高。由于 GPS 控制点的正常高是由正常高差逐个推算而得,在正常高推算中有一定的误差积累,所以测区内的 GPS 水准点应多于一个,并且符合附和路线的形式(也可以构成网状)。当附和路线的正常高差闭合差满足 $20\sqrt{L}$ 的限差要求时,以正常高差为平差元素,距离为定权元素,采

用间接平差法求得所有 GPS 点正常高的平差值。

三、算例分析

笔者收集了某地区公路沿线 42 个四等 GPS 水准点资料进行计算和分析 ,各水准点高程异常采用全球 2. 5' × 2. 5' 网格大地水准面模型 EGM2008. GGF 进行计算。本算例所在地段为平原、丘陵区 ,平均海拔高程约 560 m ,最大比高约 60 m。

首先将 WGS-84 下平差获得的所有基线边段的 GPS 大地高差转换为正常高差 ,并与已知高差进行比较 ,计算及比较结果如表 1 所示。从表中结果可以看出 ,相邻点间正常高差与已知高差较差均满足 $20 \sqrt{L}$ 的限差要求。按附和路线计算正常高差闭合差 ,结果为 6. 5 cm ,同样能满足 $20 \sqrt{L}$ (附和路线的长度 L 为 82. 9 km) 的限差要求。采用间接平差法得到的相邻 GPS 点间正常高差与已知高差比较 ,其

差值均在 $20 \sqrt{L}$ 的限差范围内(如表 1 所示) 。将正常高平差值与已知高程比较 ,其差值的绝对值最大为 4. 9 cm ,平均为 1. 5 cm。由表中高程较差计算的 40 个转换点的高程中误差为 $\pm 2. 0$ cm。在表 1 中 ,高差较差 [1] 为正常高差与已知高差之差 ,高差较差 [2] 为正常高差平差值与已知高差之差 ,最后一列为严密平差后各 GPS 点正常高平差值的中误差。

四、结束语

利用 EGM2008 模型将 GPS 大地高差转换为正常高差 ,并以其作为平差元素 ,采用间接平差法求定 GPS 点正常高的严密平差算法 ,能够达到四等几何水准测量的精度 ,可以满足 1: 500 比例尺地形测图的精度要求。尤其是在测区面积较大、国家水准点稀少而联测已知水准点又比较困难的情况下 ,更能体现出本方法的优势。

表 1

点号	距离 /km	大地高差 /m	高程异常差 /m	正常高差 /m	正常高差的平差值 /m	已知高差 /m	高差较差 [1] /m	高差较差 [2] /m	正常高平差值 /m	已知高程 /m	高程较差 /m	平差值中误差 /m
GS1										602. 559		
GS2	1. 6	-12. 934	0. 035	-12. 969	-12. 970	-12. 962	-0. 007	-0. 008	589. 589	589. 597	-0. 008	$\pm 0. 009$
GS3	1. 7	-3. 569	0. 039	-3. 608	-3. 609	-3. 622	0. 014	0. 013	585. 979	585. 975	0. 004	$\pm 0. 013$
GS4	2. 2	25. 221	0. 057	25. 164	25. 162	25. 166	-0. 002	-0. 004	611. 142	611. 141	0. 001	$\pm 0. 016$
GS5	1. 0	-7. 150	0. 026	-7. 176	-7. 177	-7. 180	0. 004	0. 003	603. 965	603. 961	0. 004	$\pm 0. 018$
GS6	2. 0	-38. 994	0. 053	-39. 047	-39. 049	-39. 050	0. 003	0. 001	564. 916	564. 911	0. 005	$\pm 0. 020$
GS7	2. 1	-12. 513	0. 057	-12. 570	-12. 572	-12. 547	-0. 023	-0. 025	552. 345	552. 364	-0. 019	$\pm 0. 022$
GS8	2. 3	-4. 075	0. 062	-4. 137	-4. 139	-4. 109	-0. 028	-0. 030	548. 206	548. 255	-0. 049	$\pm 0. 024$
GS9	2. 3	-6. 692	0. 052	-6. 744	-6. 746	-6. 752	0. 008	0. 006	541. 460	541. 503	-0. 043	$\pm 0. 025$
GS10	2. 4	-5. 511	0. 062	-5. 573	-5. 575	-5. 585	0. 012	0. 010	535. 885	535. 918	-0. 033	$\pm 0. 027$
GS11	1. 9	1. 438	0. 003	1. 435	1. 434	1. 438	-0. 003	-0. 004	537. 319	537. 356	-0. 037	$\pm 0. 028$
GS12	2. 6	-5. 426	0. 047	-5. 473	-5. 475	-5. 505	0. 032	0. 030	531. 844	531. 851	-0. 007	$\pm 0. 029$
GS13	1. 9	-4. 372	0. 047	-4. 419	-4. 421	-4. 406	-0. 013	-0. 015	527. 423	527. 445	-0. 022	$\pm 0. 030$
GS14	2. 1	-3. 411	0. 050	-3. 461	-3. 463	-3. 480	0. 019	0. 017	523. 961	523. 965	-0. 004	$\pm 0. 030$
GS15	2. 0	-4. 273	0. 040	-4. 313	-4. 315	-4. 328	0. 015	0. 013	519. 646	519. 637	0. 009	$\pm 0. 031$
GS16	1. 9	0. 909	0. 026	0. 883	0. 882	0. 873	0. 010	0. 009	520. 528	520. 510	0. 018	$\pm 0. 031$
GS17	1. 2	-8. 242	0. 013	-8. 255	-8. 256	-8. 245	-0. 010	-0. 011	512. 272	512. 265	0. 006	$\pm 0. 032$
GS18	2. 3	4. 865	0. 036	4. 829	4. 827	4. 828	0. 001	-0. 001	517. 099	517. 093	0. 006	$\pm 0. 032$
GS19	1. 9	-12. 018	0. 008	-12. 026	-12. 028	-12. 027	0. 001	-0. 001	505. 071	505. 066	0. 005	$\pm 0. 032$
GS20	2. 0	-1. 170	0. 032	-1. 202	-1. 204	-1. 194	-0. 008	-0. 010	503. 868	503. 872	-0. 004	$\pm 0. 032$
GS21	2. 1	-5. 728	0. 045	-5. 773	-5. 775	-5. 774	0. 001	-0. 001	498. 093	498. 098	-0. 005	$\pm 0. 033$
GS22	2. 0	-1. 748	0. 047	-1. 795	-1. 797	-1. 812	0. 017	0. 015	496. 297	496. 286	0. 010	$\pm 0. 033$
GS23	2. 0	-4. 344	0. 046	-4. 390	-4. 392	-4. 380	-0. 010	-0. 012	491. 905	491. 906	-0. 001	$\pm 0. 033$
GS24	2. 1	-2. 924	0. 052	-2. 976	-2. 978	-2. 963	-0. 013	-0. 015	488. 927	488. 943	-0. 016	$\pm 0. 032$
GS25	1. 9	7. 021	0. 045	6. 976	6. 975	6. 993	-0. 017	-0. 018	495. 902	495. 936	-0. 034	$\pm 0. 032$
GS26	2. 0	40. 548	0. 054	40. 494	40. 492	40. 484	0. 010	0. 008	536. 394	536. 420	-0. 026	$\pm 0. 032$
GS27	2. 2	43. 498	0. 058	43. 440	43. 438	43. 440	0	-0. 002	579. 833	579. 860	-0. 028	$\pm 0. 032$

续表 1

点号	距离 /km	大地 高差 /m	高程 异常差 /m	正常 高差 /m	正常高差 的平差值 /m	已知 高差 /m	高差 较差[1] /m	高差 较差[2] /m	正常高 平差值 /m	已知 高程 /m	高程 较差 /m	平差值 中误差 /m
GS28	2.1	-33.492	0.056	-33.548	-33.550	-33.562	0.014	0.012	546.283	546.298	-0.015	±0.031
GS29	1.9	-53.506	0.055	-53.561	-53.563	-53.578	0.017	0.015	492.720	492.720	0	±0.031
GS30	1.6	-22.453	0.044	-22.497	-22.498	-22.518	0.021	0.020	470.222	470.202	0.020	±0.030
GS31	2.4	-3.218	0.080	-3.298	-3.300	-3.303	0.005	0.003	466.922	466.899	0.023	±0.029
GS32	2.1	-1.300	0.070	-1.370	-1.372	-1.347	-0.023	-0.025	465.551	465.552	-0.002	±0.028
GS33	2.6	-15.926	0.072	-15.998	-16.000	-15.989	-0.009	-0.011	449.551	449.563	-0.012	±0.027
GS34	1.5	-1.822	0.059	-1.881	-1.882	-1.893	0.012	0.011	447.668	447.670	-0.002	±0.026
GS35	2.4	-0.784	0.088	-0.872	-0.874	-0.872	0	-0.002	446.794	446.798	-0.004	±0.025
GS36	2.3	-2.464	0.097	-2.561	-2.563	-2.579	0.018	0.016	444.232	444.219	0.013	±0.023
GS37	1.8	24.253	0.076	24.177	24.176	24.177	0	-0.001	468.407	468.396	0.011	±0.022
GS38	2.1	37.166	0.068	37.098	37.096	37.091	0.007	0.005	505.504	505.487	0.017	±0.020
GS39	2.2	29.407	0.087	29.320	29.318	29.312	0.008	0.006	534.822	534.799	0.023	±0.017
GS40	2.0	-2.353	0.084	-2.437	-2.439	-2.448	0.011	0.009	532.383	532.351	0.032	±0.014
GS41	1.8	-16.308	0.075	-16.383	-16.384	-16.375	-0.008	-0.009	515.999	515.976	0.023	±0.011
GS42	2.4	-4.978	0.093	-5.071	-5.073	-5.050	-0.021	-0.023		510.926		

参考文献:

[1] 章传银,郭春喜,陈俊勇,等. EGM2008 地球重力场模型在中国大陆适用性分析[J]. 测绘学报,2009,38(4):283-289.

[2] 张兴福,刘成,刘红新. 利用 GPS/水准数据检核 EGM2008 重力场模型的精度[J]. 测绘通报,2009(2):7-9.

[3] 冯林刚,张锁祥,蒙奎文. 基于 EGM2008 模型的重力观测点 GPS 高程转换[J]. 物探与化探,2010,34(4):549-552.

[4] 冯林刚,杨润甫,李胜. 基于 EGM96 的 GPS 高程转换方法[J]. 测绘通报,2006(3):22-23.

[5] 冯林刚,赵军,赵锁志. EGM2008 模型在 GPS 高程转换中的应用研究[J]. 测绘信息与工程,2009,34(5):6-8.

(上接第 43 页)

改进,加入了电离层的影响,然后将平滑后的伪距代入观测值线性组合法中求解宽巷模糊度。试验结果表明,本文提出的方法可以准确地求解出宽巷模糊度解,尤其适用于电离层差异较大的长基线宽巷模糊度的求解,为基础载波模糊度的求解奠定了基础。

参考文献:

[1] 周乐韬. 连续运行参考站网络实时动态定位理论、算法和系统实现[D]. 成都:西南交通大学,2007.

[2] 柯福阳,王庆,潘树国,等. GNSS 网络 RTK 算法模型及测试分析[J]. 东南大学学报:自然科学版,2009,39(4):763-768.

[3] 黄丁发,周乐韬,刘经南,等. 基于 Internet 的 VRS/

RTK 定位算法模型及实验研究[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2007,32(3):220-224.

[4] 黄丁发,熊永良,袁林果. 全球定位系统(GPS)——理论与实践[M]. 成都:西南交通大学出版社,2006.

[5] Hatch R R. The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements[C]//Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. New Mexico [s. n.],1982:1213-1232.

[6] 郭建锋,欧吉坤,袁运斌,等. 双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法研究[J]. 自然科学进展,2008(2):221-224.

[7] 范士杰,孔祥元. 基于 Hatch 滤波的 GPS 伪距相位平滑及其在单点定位中的应用[J]. 勘察科学技术,2007(4):40-42.