

GPS 卫星星历精度分析

高周正^{1,3},章红平^{2,3},彭军还¹

- (1. 中国地质大学 土地科学技术学院,北京 100083;
2. 武汉大学 测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北 武汉 430079;
3. 武汉大学 卫星导航定位技术研究中心,湖北 武汉 430079)

Analyzing the Precision of GPS Satellite Ephemeris

GAO Zhouzheng, ZHANG Hongping, PENG Junhuan

摘要:通过对广播星历的计算精度和精密星历的拟合精度的研究分析,得出对于 3 h 的观测时段,广播星历计算的卫星坐标的精度相当于精密星历的 7 阶 Chebyshev 多项式的拟合精度。精密星历的拟合精度随拟合阶数的增加而提高。对于 3 h 的观测时段,精密星历的 10 阶 Chebyshev 拟合卫星坐标能达到亚毫米级拟合精度。
关键词:广播星历;精密星历;Chebyshev

一、引 言

从 20 世纪 70 年代卫星定位导航面世至今,特别是 GPS 卫星导航系统的研发及应用,使得卫星定位导航现在在社会的各个领域起着越来越重要的作用。如今 GPS 定位技术已被广泛应用于航空、航海、交通、抗险救灾、工程建设等领域。GPS 卫星导航定位之所以能有如此广泛的应用,除了它具有全天候、连续观测、精度高的特点外,还在于它能满足不同精度要求的应用。实时导航定位直接利用广播星历(每 2 h 更新一次,精度为 ±2 m)和观测数据进行导航定位,能满足 10 m 精度级别的定位精度。数据后处理,利用 IGS 等国际组织提供的精密星历(15 min 一组卫星星历)能达到毫米级的定位精度。实时动态导航定位,根据广播星历中给出的卫星轨道参数来计算卫星坐标。在数据后处理中,利用精密星历计算卫星坐标,目前常用处理精密星历的方法有拉格朗日插值法、Neville 算法、Chebyshev(切贝雪夫)拟合法。

本文通过数据计算,分析广播星历的精度和 Chebyshev 多项式的拟合精度。

二、卫星坐标解算的数学原理

1. 广播星历计算卫星坐标的数学原理

广播星历提供的内容包括参考历元、参考历元时刻的 6 个开普勒轨道参数、9 个摄动改正项(3 个长期改正项、6 个周期改正项)。广播星历的时间采

样率为 2 h。其数学解算模型为:

- 1) 利用广播星历给定的卫星钟差 a_0 、钟漂 a_1 、钟速 a_2 计算卫星钟差 δt^i

$$\delta t^i = a_0 + a_1(t - t_{oe}) + a_2(t - t_{oe})^2$$

(1)

- 2) 计算观测时刻 t 相对于参考时刻 t_{oe} 的时间 t_k

$$t_k = t - t_{oe} - \delta t^i$$

(2)

- 3) 根据 WGS-84 坐标框架的地心引力常数 ($GM = 3.986\,005 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$) 和卫星轨道半径(A) 计算卫星平均角速度 n

$$n = \Delta n + \sqrt{GM/A^3}$$

(3)

- 4) 计算卫星平近点角 M_k

$$M_k = M_0 + nt_k$$

(4)

- 5) 计算偏近点角 E_k

$$E_k = M_k + e \sin E_k$$

(5)

- 6) 计算真近点角 v_k

$$v_k = \arctan\left(\frac{\sin E_k \sqrt{1 - e^2}}{\cos E_k - e}\right)$$

(6)

- 7) 计算卫星升交角距 u_0

$$u_0 = \omega_0 + v_k$$

(7)

- 8) 计算升交角距改正 δu_k 、向径改正 δr_k 、倾角改正 δi_k

$$\left. \begin{aligned} \delta u_k &= C_{uc} \cos(2u_k) + C_{us} \sin(2u_k) \\ \delta r_k &= C_{rc} \cos(2u_k) + C_{rs} \sin(2u_k) \\ \delta i_k &= C_{ic} \cos(2u_k) + C_{is} \sin(2u_k) \end{aligned} \right\}$$

(8)

- 9) 计算经改正后的升交距 u_k 、卫星矢径 r_k 和

收稿日期: 2011-01-13; 修回日期: 2011-08-24
作者简介: 高周正(1986—),男,湖南怀化人,硕士生,主要研究方向为 GPS 应用与数据处理。

轨道倾角 i_k

$$\left. \begin{aligned} u_k &= u_0 + \delta u \\ r_k &= a(1 - e \cos E_k + \delta r) \\ i_k &= i_0 + \delta i + i_{\text{dot}} t_k \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

10) 计算卫星轨道平面坐标 (x_k, y_k)

$$\left. \begin{aligned} x_k &= r_k \cos u_k \\ y_k &= r_k \sin u_k \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

11) 计算卫星升交点赤经 Ω_k

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\Omega_{\text{dot}} - w_e) t_k - w_e t_{oe} \quad (11)$$

12) 计算卫星地心地固坐标 (X_k, Y_k, Z_k)

$$\left. \begin{aligned} X_k &= x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ Y_k &= x_k \sin \Omega_k - y_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ Z_k &= y_k \sin i_k \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2. Chebyshev 多项式拟合精密星历数学原理

n 阶 Chebyshev 多项式的数学模型为

$$\tau = \frac{2(t - t_0)}{\Delta t} - 1 \quad (13)$$

把时间变量 $t \in [t_0, t_0 + \Delta t]$ 归化至区间 $[-1, 1]$ 。然后利用 Chebyshev 多项式来计算卫星坐标。

$$X(\tau) = \sum_{i=0}^n C_i T_i(\tau) \quad (14)$$

式中, n 为多项式阶数; $X = [X_j \ Y_j \ Z_j]$ ($j = 0, 1, \dots, n$); $T_0(\tau) = 1, T_1(\tau) = \tau, T_i(\tau) = 2\tau T_{i-1}(\tau) - T_{i-2}(\tau)$ 。其中, X 矩阵为精密星历每 15 min 给出的卫星坐标; T 为 Chebyshev 多项式系数矩阵。由最小二乘 $C = (T^T T)^{-1} T^T X$ 算得区间 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 内的多项式系数 C , 该系数在区间外无效。根据 C 和观测时间 t 计算出 T , 由式 (15) 便可计算出观测时刻 t 的卫星坐标 (X, Y, Z) 。

三、实例精度分析

本文利用的数据是从 IGS 网站 (<ftp://cddis.gsfc.nasa.gov>) 下载的 BJFS 站数据。分别为广播星历 BJFS0010.08N 和精密星历 igs14602.sp3, 并利用 C# 自编程序对数据进行计算, 结果在 Matlab 上成图显示, 数据处理方案如下。

1) 方案 1: 用广播星历计算 3 号 GPS 卫星坐标。

2) 方案 2: 采用 7 阶 Chebyshev 拟合多项式计算 3 号 GPS 卫星坐标。

3) 方案 3: 采用 8 阶 Chebyshev 拟合多项式计算 3 号 GPS 卫星坐标。

4) 方案 4: 采用 9 阶 Chebyshev 拟合多项式计算 3 号 GPS 卫星坐标。

5) 方案 5: 采用 10 阶 Chebyshev 拟合多项式计算 3 号 GPS 卫星坐标。

通过对以上 5 个方案数据结果的分析, 可以分析 Chebyshev 拟合阶数与拟合精度的关系。图 1 ~ 图 5 给出了 3 号卫星 5 h 以内卫星坐标与参考坐标的离散度图; 表 1 与表 2 则分别给出了两个时刻计算得到的卫星坐标和对应时刻的参考坐标值。

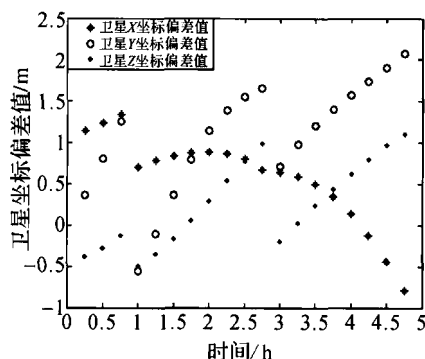


图 1 方案 1 卫星坐标相对于 IGS 卫星参考坐标偏差值图

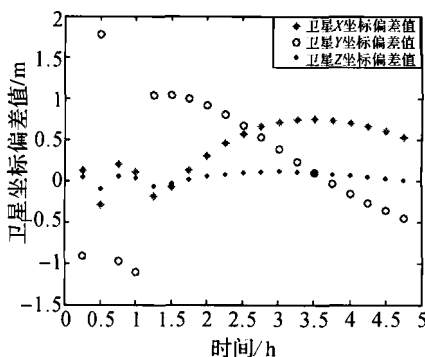


图 2 方案 2 卫星坐标相对于 IGS 卫星参考坐标偏差值图

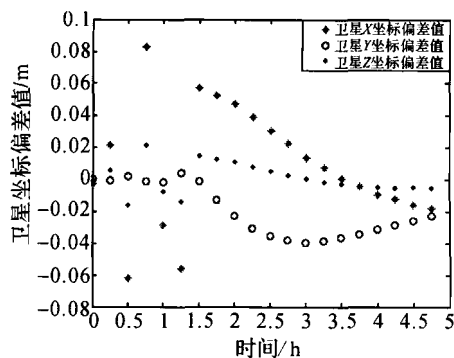


图 3 方案 3 卫星坐标相对于 IGS 卫星参考坐标偏差值图

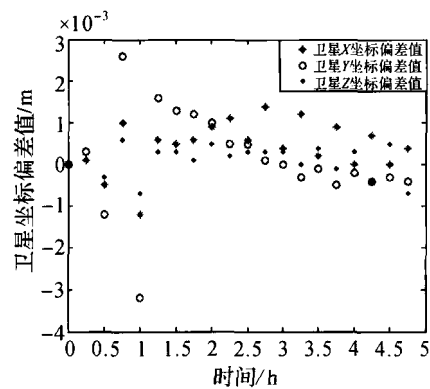


图 4 方案 4 卫星坐标相对于 IGS 卫星参考坐标偏差值图

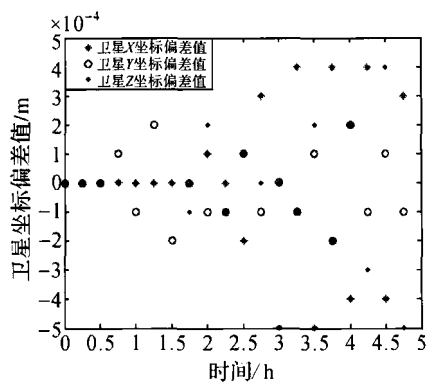


图 5 方案 5 卫星坐标相对于 IGS 卫星参考坐标偏差值图

表 1 卫星坐标值坐标表 m

类 型	2008-01-01 3:15 时 3 号卫星坐标差			2008-01-01 3:30 时 3 号卫星坐标差		
IGS 参考坐标	-24 533 143.664 0	-10 603 467.339 0	870 366.822 0	-24 375 868.137 0	-10 892 503.101 0	-1 892 771.506 0
广播星历计算值	-24 533 143.067 9	-10 603 466.361 6	870 366.853 5	-24 375 867.638 3	-10 892 501.895 0	-1 892 771.266 6
7 阶 Chebyshev 拟合值	-24 533 142.913 8	-10 603 467.101 6	870 366.934 0	-24 375 867.382 1	-10 892 503.003 6	-1 892 771.405 0
8 阶 Chebyshev 拟合值	-24 533 143.656 8	-10 603 467.377 7	8 70 366.820 0	-24 375 868.136 7	-10 892 503.137 8	-1 892 771.509 0
9 阶 Chebyshev 拟合值	-24 533 143.662 8	-10 603 467.339 3	870 366.822 0	-24 375 868.136 8	-10 892 503.101 1	-1 892 771.505 6
10 阶 Chebyshev 拟合值	-24 533 143.663 6	-10 603 467.339 1	870 366.821 9	-24 375 868.137 5	-10 892 503.100 9	-1 892 771.505 8

表 2 卫星坐标偏差值表 m

类 型	2008-01-01 3:15 时 3 号卫星坐标偏差			2008-01-01 3:30 时 3 号卫星坐标偏差		
广播星历计算偏差值	0.596 1	0.977 4	0.031 5	0.498 7	1.206 0	0.239 4
7 阶 Chebyshev 偏差值	0.750 2	0.237 4	0.112 0	0.754 9	0.097 4	0.101 0
8 阶 Chebyshev 偏差值	0.007 2	-0.038 7	-0.002 0	0.000 3	-0.036 8	-0.003 0
9 阶 Chebyshev 偏差值	0.001 2	-0.000 3	0.000 0	0.000 2	-0.000 1	0.000 4
10 阶 Chebyshev 偏差值	0.000 4	-0.000 1	-0.000 1	-0.000 5	0.000 1	0.000 2

以 IGS 组织给出的坐标为参考,根据本文数据的计算结果可得出:

- 1) 广播星历计算出的卫星坐标精度为 $\pm 2\text{ m}$ (如图 1 所示)。
- 2) Chebyshev 多项式拟合卫星坐标的精度随着拟合阶数 n 的增大而提高,图 2 ~ 图 5 分别表示 7 阶、8 阶、9 阶、10 阶 Chebyshev 拟合的卫星坐标偏差值图。拟合阶数每增大 1 阶拟合精度可提高近 10 倍。
- 3) 广播星历的计算精度与精密星历的 7 阶 Chebyshev 多项式拟合精度在同一数量级上(米级)(对比图 1、图 2 可得出)。
- 4) 利用 Chebyshev 多项式拟合,8 阶多项式拟合基本能满足厘米级精度要求;9 阶多项式拟合可满足毫米级精度要求;10 阶多项式拟合可达到亚毫米级精度(如图 3 ~ 图 5 所示)。

四、结束语

本文通过卫星星历数据计算,得出广播星历的精度和精密星历的 Chebyshev 多项式的拟合阶数与拟合精度的关系,同时比较了在精密星历进行 Chebyshev 拟合时,拟合窗口的选择对拟合精度的影响。对于利用精密星历获取卫星坐标的方法除了本文介绍的 Chebyshev 多项式拟合外,还有拉格朗日插值法、Neville 算法等。

根据本文的计算结果,在进行卫星导航定位时,广播星历的精度只能达到米级(计算结果为 $\pm 2\text{ m}$),广播星历不能满足于高精度的导航和定位服务。根据 IGS 等国际组织提供的精密星历,由 Chebyshev 等拟合法可以达到亚毫米级的标精度。对于一般的导航和定位,广播星历基本可满足需求。

(下转第 10 页)

表 2 同一表层声速、不同声速剖面

声速文件	测量时间	中心波束	边缘波束	边缘测深误差/(%)	宽深比
V1	8.28 19	56.8	58.5	2.99	6.3
V2	8.31 07	56.6	58.0	2.47	6.3
V3	9.03 13	56.5	58.0	2.65	6.2
V4	9.05 21	56.5	57.0	0.88	6.3
V5	9.06 13	56.4	57.0	1.06	6.3
V6	9.09 12	56.2	57.0	1.42	6.2
V7	9.10 13	56.2	56.3	0.18	6.3

表 2 中使用当时测量的声速剖面 V7 和表层声速数据测量的水深数据符合要求,而用其他不是当时测量的声速剖面数据测得的数据则不符合要求。但波束覆盖宽度没有很大的变化,边缘波束测量水深误差明显不如同一声速剖面数据不同表层声速时测量的大,这也看出表层声速对边缘波束的影响要比声速剖面数据的影响大。表层声速的正确确保了波束指向角的正确,但不同的声速剖面结构影响了波束在海水介质中不同的传播路径,在声线弯曲改正中造成侧向中心距离和水深的误差,因此声速剖面也是影响多波束测量数据精度的主要因素之一。精确水深数据的获得也与正确的声速剖面数据是分不开的,因此在测量中必须确保声速剖面数据的真实获得,声速剖面数据的平均误差不得大于 0.5 m/s。

四、结束语

由于换能器表层声速主要受温度的影响,而温度在一天中的变化是最大的,再加上海水运动和层化的改变,即使同一地点在不同时间表层声速也有较大的变化。表层声速的差异将直接影响海底探测精度,导致海底形态的畸变。因此在换能器附近安装一个表层声速仪是十分必要的,尤其对于弯曲形换能器来说,在测量中可以实时连续获得真实的表层声速。由于声速仪是固定安装在船底,经常受海生物或淤泥等原因造成声速仪故障,因此在测量中,要注意表层声速的变化。当在质量实时监控窗口发现边缘波束测得的地形相对于中心波束发生凸或凹的形状时,应首先判断表层声速仪是否正常,如表层声速没问题,应及时进行声速剖面的测量。

参考文献:

[1] 李家彪,郑玉龙,王小波,等. 多波束测深及影响精度的主要因素[J]. 海洋测绘,2001(1):26-32.

[2] 吴英姿. 多波束测深系统地形跟踪与数据处理技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2001:80-91.

[3] 赵建虎. 多波束深度及图像数据处理方法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2002.

[4] 丁宇. EM950&EM3000 多波束测深系统性能及其应用[J]. 海洋石油,2000(4):29-35.

[5] 李家彪. 多波束勘测原理技术与方法[M]. 北京:海洋出版社,1999.

(上接第 3 页)

对于精度要求比较高的导航定位则可以通过不同拟合或插值方法拟合精密星历来得到高精度的卫星坐标,Chebyshev 拟合方法是目前最常用的方法。在实际应用中,可根据精度的要求来选择不同的数据处理方式,并以能满足定位精度需求,又可最大限度地提高效率 and 降低成本为标准。

参考文献:

[1] 洪婴,欧吉坤,彭碧波. GPS 卫星精密星历和钟差三种内插方法的比较[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2006,31(3):516-518.

[2] 魏二虎,柴华. GPS 精密星历插值方法的比较研究[J]. 全球定位系统,2006(5):13-15.

[3] 李明峰,江国焰,张凯. IGS 精密星历内插与拟合法精度比较[J]. 大地测量与地球动力学,2008,28(4):77-80.

[4] 孔巧丽. 用切比雪夫多项式拟合 GPS 卫星精密坐标[J]. 测绘通报,2006(8):1-3.

[5] 邱蕾,廖远琴,花向红. 基于 IGS 精密星历的卫星坐标插值[J]. 测绘工程,2008,17(4):15-18.

[6] 韦建超. GPS 精密单点定位的数据处理研究[D]. 长沙:中南大学,2007.

[7] 涂克楠. GPS 精密单点定位数据处理[D]. 合肥:合肥工业大学,2009.

[8] 霍夫曼·韦伦霍夫,利希特内格尔,瓦斯勒. 全球卫星导航系统 GPS, GLONASS, Galileo 及其他系统[M]. 程鹏飞,等,译. 北京:测绘出版社,2009:326-327.